

# Documents de travail

du Laboratoire d'Economie et de Gestion

*Working Papers*

Test de convergence en panel non stationnaire : une approche de  
la troisième génération

Abdou-Aziz NIANG\*, Marie-Claude PICHERY\*, Marcellin EDJO†

\*Université de Bourgogne & CNRS  
UMR 5118 Laboratoire d'Economie et de Gestion  
Pôle d'Economie et de Gestion, 2 boulevard Gabriel, 21000 Dijon, France

e2011-02  
Equipe Analyse et Modélisation des Interactions Economiques (AMIE)

# Test de convergence en panel non stationnaire : une approche de la troisième génération

Abdou-Aziz NIANG, Marie-Claude PICHERY, Marcellin EDJO

## Résumé

Nous proposons ici une modification de la procédure de test de convergence en panel d'Evans et Karras (1996). La littérature empirique sur la convergence économique a tendance à ignorer les phénomènes d'interdépendances et de changement structurel qui affectent l'équation de convergence alors que la théorie économique insiste beaucoup sur la nécessité de leurs prises en compte. Se référant au test de racine unitaire de Moon et Perron (2004) récemment amélioré par Bai et Ng (2010), nous avons développé une démarche empirique de test de convergence qui permet de purger efficacement les dépendances inter-économies sur la base de la procédure "*Panel Analysis of Nonstationarity in the Idiosyncratic and Common components*" (PANIC) de Bai et Ng (2004). Il a également été montré par simulations de Monte-Carlo qu'en plus de contrôler les interdépendances, PANIC offre aussi l'avantage de traiter naturellement l'existence d'un unique changement structurel et d'éliminer les problèmes de puissance de test qu'il engendre. Des applications sont ensuite menées sur un échantillon de 40 pays riches et pauvres dont la moitié est membre de l'OCDE et l'autre moitié composée de pays de l'Afrique subsaharienne.

Mots clés :  $\beta$ -convergence ; données de panel ; racine unitaire ; modèle factoriel ; dépendance interindividuelle ; changement structurel.

## Abstract

This paper proposes a modification of Evans and Karras' (1996) testing procedure for economic convergence in panel. While economic literature argues in favour of the presence of cross-unit dependencies and breaks in macro-economic time series, convergence tests in panel generally rule out these phenomenon. Referring to panel unit root test proposed by Moon and Perron (2004) recently improved by Bai and Ng (2010), our empirical procedure allows for purging effects of cross-country correlation and structural instability from the convergence equation on the basis of the *Panel Analysis of Nonstationarity in the Idiosyncratic and Common components* (PANIC). Using an extension of Bai and Ng's (2010) simulations by including structural break, we show that in addition of controlling correlations, PANIC also offers the advantage of naturally treating the presence of a single structural change and then permits to solve problems of low power it generates. Applications are then conducted using sample composed by 20 countries of OECD members and 20 countries in Sub-Saharan Africa.

Keywords:  $\beta$ -convergence; Unit root; Panel data; Factor model; Cross-sectional dependence; Structural change.

# TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION \*

Abdou-Aziz NIANG<sup>b</sup>    Marie-Claude PICHERY<sup>d</sup>    Marcellin EDJO<sup>†</sup>

Juillet 2011

*Ce travail est dédié à la mémoire de Marcellin EDJO, économiste à la BCEAO qui, avant de disparaître prématurément en 2008 à Dakar, a contribué à une première version de ce document. Il a également mené d'autres travaux portant sur la convergence économique dans le cadre des propriétés des séries individuelles non stationnaires*

## Introduction

Depuis les travaux de Baumol (1986), Barro et Sala-i-Martin (1991, 1995), un grand nombre de recherches se sont intéressées à l'analyse de la convergence en utilisant généralement deux approches :  $\beta$ -convergence et  $\sigma$ -convergence. Ces deux formes de convergence ont fait l'objet de nombreuses applications basées sur les propriétés des séries temporelles individuelles. En effet, le développement des techniques d'analyse économétrique et la disponibilité de bases de données (Summers et Heston, 1991) couvrant de larges périodes offrent la possibilité d'aller au-delà de l'analyse en coupe transversale et d'exploiter les propriétés des séries temporelles non stationnaires (Bernard et Durlauf 1995, Edjo 2003) afin de mieux étayer le débat sur la convergence économique.

Les tests de convergence ont ensuite été adaptés au cadre des données de panel. Les premiers tests s'inspirent essentiellement de la méthodologie utilisée en coupe transversale. On peut citer les travaux d'Islam (1995), Berthelemy et al. (1997) etc. Ensuite, à l'instar des séries chronologiques individuelles, des tests de racine unitaire en panel sont utilisés pour étudier la convergence économique. Ces méthodes ont été introduites par des auteurs comme Quah (1992), Evans et Karas (1996), Bernard et Jones (1996), Gaulier et al. (1999). L'avantage réside dans le fait que la combinaison des dimensions individuelle et temporelle permet de réaliser des tests statistiquement

---

<sup>\*b</sup> Université de Bourgogne (France)—Email: [abdou-aziz.niang@u-bourgogne.fr](mailto:abdou-aziz.niang@u-bourgogne.fr).    <sup>d</sup>Université de Bourgogne (France)—Email: [marie-claude.pichery@u-bourgogne.fr](mailto:marie-claude.pichery@u-bourgogne.fr).

plus puissants. Jusqu'à présent deux générations de tests de racine unitaire ont été distinguées. La plupart des méthodologies d'analyse de la convergence qui utilisent les propriétés des séries non stationnaires se réfèrent à la première génération qui met en avant l'hypothèse d'indépendance interindividuelle (Harris et Tzavalis 1999, Maddala et Wu 1999, Hadri 2000, Choi 2001, Levin et al. 2002, Im et al. 2003). Cependant, comme l'ont souligné Hurlin et Mignon (2005), cette hypothèse d'indépendance interindividuelle est particulièrement gênante en analyse macro-économique. La seconde génération de tests basés sur des modèles à facteurs communs (Bai et Ng 2004, Moon et Perron 2004, Pesaran 2007 et Bai et Ng 2010) permet une prise en compte plus générale des différentes formes possibles de corrélations interindividuelles.

Dans cet article, l'approche empirique que nous proposons s'inspire de ces types de tests de seconde génération et permet ainsi de prendre en compte de manière explicite les dépendances dans la dimension individuelle. L'accent est mis sur le fait que les interdépendances qui peuvent exister dans l'équation de convergence sont non seulement dues à une corrélation interindividuelle des résidus, mais aussi à la présence d'un ou de plusieurs facteurs communs qui affectent conjointement les PIB réels par tête des économies. Dès lors, l'étude de la convergence en panel basée sur le modèle ADF standard tel que l'ont préconisé Evans et Karras (1996) n'est plus adaptée car elle conduit à des tests de très faible puissance (Strauss et Yigit, 2003).

Un autre point traité dans l'approche empirique proposée ici est l'existence d'un changement structurel qui peut affecter le PIB par tête. En ce sens, cette approche s'apparente aux tests de troisième génération. Les travaux traitant de changement structurel dans le cadre des données de panel avec dépendance interindividuelle sont très rares. On peut citer Bai et Carrion-i-Silvestre (2009), Carrion-i-Silvestre et German-Soto (2009). Comme l'ont souligné Carrion-i-Silvestre et al. (2005), la non prise en compte de ces chocs dans le cadre de l'économétrie des données de panel peut engendrer des biais qui conduisent à tort à des conclusions en faveur de l'hypothèse de divergence. Les crises financières et économiques, les réformes économiques, ... sont autant de facteurs qui peuvent être à l'origine de ces chocs et qu'il est nécessaire d'inclure dans la modélisation.

Dans la prochaine section, nous présentons l'approche généralement utilisée pour tester la convergence en panel tout en mettant l'accent sur la procédure d'Evans et Karras (1996). Nous développerons ensuite dans la section 2, la procédure que nous proposons qui s'inspire de cette approche traditionnelle. Dans la section 3, des simulations de Monte-Carlo sont réalisées pour étudier les incidences de la démarche proposée sur les performances du test de l'hypothèse nulle d'absence de convergence. La section 4 présente une application en utilisant sur la période 1975-2008, un échantillon composé de 20 pays membres de l'OCDE et 20 pays de l'Afrique subsaharienne.

## 1 Les tests de convergence en panel

Dans la littérature actuelle, les tests de convergence en panel s'inspirent généralement de l'approche standard en coupe transversale qui consiste à tester si les économies à revenu initial faible par rapport à leur position de long terme ou d'état régulier croîtront plus vite que les économies

à revenu initial élevé. Il s'agit d'appliquer les Moindres Carrés Ordinaires (MCO) à l'équation

$$\frac{1}{T} \ln(y_{i,T}/y_{i,0}) = \kappa_i + \beta \ln(y_{i,0}) + \varphi' \Xi_i + \xi_i \quad \xi_i \sim i.i.d(0, \sigma_\xi^2) \quad (1)$$

où  $y_i$  est le PIB réel par tête du pays  $i$ ,  $\Xi_i$  est un vecteur de variables contrôlées de façon à maintenir constant l'état stationnaire de chaque économie  $i$  et  $\xi_i$  est le terme d'erreur. La grandeur  $T$  désigne la longueur de l'intervalle de temps.  $\kappa$ ,  $\beta$ ,  $\varphi$  sont des paramètres inconnus à estimer. La vitesse de convergence donnée par  $\theta = -\ln(1 + \beta T)/T$  correspond à la vitesse à laquelle chaque économie converge vers son état d'équilibre. L'hypothèse nulle testée est l'absence de convergence contre l'alternative selon laquelle quelques pays convergent à partir d'un certain niveau de production initialement différent. Si le coefficient  $\beta$  estimé est négatif et significatif, on accepte l'hypothèse de convergence conditionnelle, ce qui signifie qu'une fois que les variables qui influencent la croissance sont contrôlées, les économies à revenu faible ont tendance à croître plus vite vers leur propre état régulier. Il est possible de déduire la durée nécessaire pour que les économies combler la moitié de l'écart qui les sépare de leur état stationnaire, appelée demi-vie, à partir du coefficient  $\beta$ . Cette demi-vie est donnée par l'expression  $\tau = -\ln(2)/\ln(1 + \beta)$ .

Toutefois, l'inférence basée sur l'application des MCO à (1) n'est réalisable que sous certaines conditions. En effet, Evans et Karras (1996) expliquent que les estimateurs  $\hat{\beta}$  et  $\hat{\varphi}$  obtenus par l'application des Moindres Carrés Ordinaires à l'équation (1) ne sont valides que si  $\xi_i$  et  $y_{i,0}$  ne sont pas corrélées, et si la constante est générée de la façon suivante

$$\kappa_i = \psi' \Xi_i \quad (2)$$

avec <sup>1</sup>  $\psi \equiv (\lambda - 1)\varphi/\beta$ . En données de panel, la procédure d'Evans et Karras (1996) fondée sur les tests de racine unitaire est une procédure de base pour de nombreuses études empiriques traitant des tests de convergence économique. En considérant un groupe de  $N$  pays, ces auteurs montrent que les économies convergent si le logarithme du PIB par tête centré sur la moyenne interindividuelle est stationnaire pour chaque pays. Soit  $y_{it}$  le logarithme du PIB par tête du pays  $i$  à l'instant  $t$  avec  $i = 1, \dots, N$ ;  $t = 1, \dots, T$  et  $\bar{y}_t$  la moyenne interindividuelle<sup>2</sup> des  $y_{it}$ . Il s'agit ainsi de tester si le processus générateur de données  $(y_{it} - \bar{y}_t)$  est stationnaire quelque soit  $i$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} (y_{i,t+h} - \bar{y}_{t+h}) = \mu_i. \quad (3)$$

Il y a convergence si pour chaque  $i$  les déviations du PIB par tête par rapport à la moyenne internationale tendent vers une constante quand  $t \rightarrow \infty$ . De manière plus précise, l'hypothèse de convergence ne peut être retenue que si les  $y_{it}$  sont non stationnaires alors que les  $(y_{it} - \bar{y}_t)$  sont intégrés d'ordre 0. Dans ce cas, on parle de convergence stochastique. Cependant, comme souligné par Carrion-i-Silvestre et German-Soto (2009), la convergence stochastique est une condition nécessaire mais pas suffisante pour satisfaire la définition de la  $\beta$ -convergence. En posant  $y_{it}^c = y_{it} - \bar{y}_t$ , le processus générateur de données proposé par Evans (1996) est le suivant

$$y_{it}^c = \kappa_i + \lambda y_{i,t-1}^c + u_{it} \quad (4)$$

---

1. Cette relation permet de voir le lien entre la spécification en coupe transversale et celle en données de panel.  $\lambda$  est un paramètre de convergence que nous définirons dans la section suivante.

2.  $\bar{y}_t = \sum_{i=1}^N y_{it}/N$ .

où  $\lambda \equiv (1 + \beta T)^{(1/T)}$  est inférieur à 1 si les  $N$  économies convergent et dans ce cas  $\beta < 0$ . Il y a divergence si  $\lambda = 1$  ce qui implique également que  $\beta = 0$ . La constante  $\kappa_i$  est spécifique à chaque économie et le terme d'erreur  $u_{it}$  est non corrélé dans la dimension temporelle. Par ailleurs, Evans et Karras (1996) montrent que dans le cas où les termes d'erreurs sont corrélés dans la dimension individuelle, cette spécification présente de sérieux problèmes d'inférences statistiques. Or, du fait des interactions économiques entre les pays, les innovations deviennent probablement corrélées. En outre, étant donné la spécificité des pays du point de vue technologique, le paramètre  $\lambda$  devrait être spécifique à chaque économie. Par conséquent, une spécification de type ADF en panel avec une racine autorégressive hétérogène est généralement utilisée

$$\Delta y_{it}^c = \kappa_i + \rho_i y_{it}^c + \sum_{s=1}^p \gamma_{i,s} \Delta y_{i,t-s}^c + u_{it}. \quad (5)$$

Le paramètre  $\rho_i$  est négatif si les économies convergent et est égal à zéro au cas où elles divergent. Les  $\gamma$  sont tels que les racines de  $\sum_s \gamma_{i,s} L^s$  sont à l'extérieur du cercle unité. Dans la procédure que nous proposons ci-après, nous utilisons une spécification généralisée de l'équation (4) qui permet de mieux contrôler les dépendances interindividuelles et sérielles du terme  $u_{it}$ . Elle permet également de tenir compte d'un éventuel changement structurel pouvant affecter le paramètre  $\kappa_i$ .

## 2 Une procédure alternative

La procédure consiste à effectuer dans un premier temps un test de convergence stochastique, une condition première de la  $\beta$ -convergence, en utilisant la démarche de Bai et Ng (2010) basée sur la procédure PANIC. Il s'agit de tester la non-stationnarité du PIB par tête centré sur sa moyenne internationale ( $H_0 : \lambda = 1$ ). Si la convergence stochastique est vérifiée, nous passons au test de l'hypothèse de  $\beta$ -convergence.

### 2.1 Le modèle économétrique

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la spécification (4) n'est utile que sous certaines conditions et si celles-ci ne sont pas vérifiées il sera très difficile d'obtenir des estimateurs convergents des paramètres du modèle. Ces conditions sont relatives au terme d'erreur et peuvent généralement se résumer en deux points relatés par Evans (1996). (i)  $u_{it}$  n'est pas affectée par une corrélation sérielle et admet une moyenne nulle et une variance finie; (ii) de plus, il n'existe pas de corrélation contemporaine de  $u_{it}$  dans la dimension individuelle. Pour traiter l'éventuelle dépendance interindividuelle qui concerne  $u_{it}$ , nous utilisons le processus générateur de données de Moon et Perron (2004) afin de définir une forme générale de l'équation (4) avec un paramètre  $\lambda$  propre à chaque pays

$$y_{it}^c = \kappa_i + \lambda_i y_{i,t-1}^c + u_{it}. \quad (6)$$

Dans ce modèle, les corrélations interindividuelles des erreurs sont captées à l'aide d'un modèle factoriel

$$u_{it} = \pi_i' f_t + \varepsilon_{it} \quad (7)$$

où  $f_t$  est une matrice de dimensions  $(T \times r)$  représentant les facteurs communs,  $\pi_i$  est un vecteur de dimensions  $(r \times 1)$  des coefficients des facteurs communs et le vecteur  $var\epsilonpsilon_{it}$  de dimensions  $(T \times 1)$  représente le terme d'erreur idiosyncratique. En supposant, suivant Bai et Ng (2010), que les composantes commune et idiosyncratique admettent le même ordre d'intégration et que le paramètre autorégressif  $\lambda$  est tel que  $\lambda_i = \lambda$  pour tout  $i$ , nous pouvons écrire

$$y_{it}^c = \kappa_i + \pi_i' F_t + e_{it} \quad (8)$$

où  $F_t - \lambda F_{t-1} = f_t$  et  $e_{it} - \lambda e_{i,t-1} = \epsilon_{it}$ . Le passage à la spécification (8) offre la possibilité de pouvoir estimer  $\lambda$  sans être confronté aux problèmes induits par la non satisfaction des conditions (i) et (ii). La procédure PANIC développée par Bai et Ng (2004) traite d'abord les dépendances interindividuelles en éliminant les facteurs communs qui en sont à l'origine. Ensuite l'hypothèse nulle d'absence de convergence est testée sur la série du PIB par tête centré, en écart aux composantes communes notée  $x_{it}$ . Ceci équivaut à tester la présence de racine unitaire  $H_0 : \lambda_i = 1 \quad \forall i$  contre l'hypothèse alternative de stationnarité  $H_1 : \lambda_i < 1$  pour quelques individus du panel.

Les problèmes de changements structurels pouvant affecter les économies sont également d'intérêt dans cette procédure. Paci et Pigliaru (1997) ont montré que le changement structurel joue un rôle fondamental dans le processus de convergence. En effet, ce dernier est fortement associé aux sauts sur le niveau des ressources dans les différents secteurs des économies. Ainsi, au même titre que les interdépendances économiques, l'omission de ces ruptures dans la modélisation du processus de convergence conduit généralement à rejeter à tort l'hypothèse de convergence. Afin d'en tenir compte, nous proposons une autre forme générale de l'équation (8) qui admet la présence d'une rupture sur la moyenne

$$y_{it}^c = \kappa_i + \theta_i DU_{i,t} + \pi_i' F_t + e_{it} \quad (9)$$

où  $DU_{i,t} = 1$  pour  $t > T_{b,i}$  et 0 sinon.  $T_{b,i}$  dénote la rupture pour le  $i$ -ème individu. Considérons maintenant la forme différenciée de (9) qui s'écrit

$$\Delta y_{it}^c = \theta_i D(T_{b,i})_t + \pi_i' \Delta F_t + \Delta e_{it} \quad (10)$$

où  $D(T_{b,i})$  constitue une impulsion telle que  $D(T_{b,i})_t = 1$  pour  $t = T_{b,i} + 1$  et 0 sinon. Suivant Bai et Carrion-i-Silvestre (2009)<sup>3</sup>, nous pouvons ignorer ces impulsions étant donné qu'elles ne permettent de capter que l'incidence de quelques rares événements inhabituels dont les effets sont asymptotiquement négligeables. Puisque ces effets sont négligeables, ils peuvent être inclus dans le terme idiosyncratique. En définissant  $\hat{F}_t = \sum_{s=2}^t \Delta F_s$  l'estimateur de  $F_t$  et  $\hat{e}_{it} = \sum_{s=2}^t \Delta e_{is}$  l'estimateur de  $e_{it}$ , nous pouvons écrire le modèle en niveau pour  $t = 2, \dots, T$ ,

$$\hat{y}_{it}^c = \pi_i' \hat{F}_t + \hat{e}_{it}. \quad (11)$$

La série  $\hat{y}_{it}^c$  ainsi estimée préserve les propriétés de non-stationnarité de la série originale  $y_{it}^c$  (Bai et Ng, 2004). En outre la spécification (11) présente deux avantages très importants. Premièrement,

---

3. Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) appliquent cette transformation dans le cadre de leur test modifié de Sargan-Bhargava (test MSB) qui prend en compte les changements structurels et les facteurs communs.

ce processus n'est pas affecté par un changement structurel, ce qui permet de revenir au cas simple d'un test sans rupture. Deuxièmement, contrairement à la démarche de Moon et Perron (2004) qui utilisent une procédure d'orthogonalisation de type Philips et Sul (2003) pour éliminer les facteurs communs, ces facteurs sont estimés de manière explicite avant d'être éliminés du modèle. En effet, comme l'ont souligné Bai et Ng (2010), la démarche présentée par Moon et Perron (2004) qui permet d'écrire leur modèle en écarts aux composantes commune et déterministe, engendre de sérieux problèmes de puissance de test notamment lorsque le modèle comporte une tendance. Dans la section 3 nous procéderons à des simulations de Monte-Carlo pour vérifier si cette procédure PANIC utilisée pour enlever à la fois la constante et la rupture peut affecter les performances des tests. Dans ce qui suit, nous noterons  $\hat{x}_{it}$  la forme défactorisée de la variable  $\hat{y}_{it}^c$ . Etant donné que  $\hat{x}_{it} = \hat{e}_{it} = \lambda \hat{e}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}$ , le modèle défactorisé peut alors s'écrire

$$\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it} \quad (12)$$

où  $\hat{\varepsilon}_{it}$  est non corrélée entre pays, conformément à la condition (ii). Enfin, on peut rappeler que les critères de sélection de Bai et Ng (2002) sont utilisés pour sélectionner le nombre de facteurs communs.

## 2.2 Test de la convergence stochastique

Comme nous venons de le voir, la mise en oeuvre de la procédure de test nécessite au préalable de sélectionner le nombre optimal  $r$  de facteurs communs à éliminer du processus générateur de données afin de pouvoir définir un estimateur convergent de  $\lambda$ . Dans le paragraphe suivant, nous présentons les méthodes de sélection de  $r$  puis d'estimation de  $\lambda$  et enfin les statistiques de tests de l'hypothèse nulle  $\lambda = 1$ .

### 2.2.1 Méthode de sélection et d'estimation des facteurs communs

La matrice des facteurs (en différence première) estimés notée  $\Delta\tilde{F}$  est égale à  $\sqrt{T-1}$  fois les vecteurs propres correspondant aux  $r$  plus grandes valeurs propres de la matrice  $y^c y^{c'}$ . En considérant les normalisations  $\tilde{\pi}'\tilde{\pi}/N = I_r$  et  $\Delta\tilde{F}'\Delta\tilde{F}/(T-1) = I_r$ , la matrice  $\pi$  des coefficients de ces facteurs peut être obtenue par les Moindres Carrés Ordinaires  $\tilde{\pi}' = \left(\Delta\tilde{F}'\Delta\tilde{F}\right)^{-1}\Delta\tilde{F}'y^c = \Delta\tilde{F}'y^c/(T-1)$ . Pour sélectionner  $r$ , nous utilisons les critères d'information  $IC_1$  et  $BIC_3$  de Bai et Ng (2002). Le critère de sélection communément noté  $BIC_3$  correspond à une modification du critère  $BIC$  habituel; il est adapté pour des échantillons de taille réduite ( $N \leq 20$ ). Soit  $V(r, \Delta F)$  la somme des carrés des résidus (divisée par  $NT$ )<sup>4</sup> de la régression temporelle de  $\hat{y}_{it}^c$  sur les  $r$  facteurs et pour chaque  $i$ . Pour des panels de taille modérée, comme c'est le cas en général dans les études de convergence, on peut définir le programme  $V(r, \Delta F) + r_{\max}g_{BIC}(N, T)$ <sup>5</sup> où  $g_{BIC}(N, T)$  est une contrainte. Dans ce cas,  $r$  peut être estimé en utilisant la fonction de

4.  $V(r, \Delta F)$  est la variance de la composante idiosyncratique estimée avec le nombre maximal de facteurs.

5.  $r_{\max}$  est le nombre maximal de facteurs.



contrainte  $g_{BIC}(N, T) = \frac{(N+T-r)\ln(NT)}{NT}$  pour minimiser.

$$BIC_3(r) = V(r, \Delta\tilde{F}) + r\hat{\sigma}_e^2(r_{\max}) \left( \frac{(N+T-r)\ln(NT)}{NT} \right) \quad (13)$$

où  $\hat{\sigma}_e^2$  est la variance estimée de la composante idiosyncratique. Pour  $IC_1$ , la contrainte est  $g_{IC}(N, T) = \frac{N+T}{NT} \ln\left(\frac{NT}{N+T}\right)$  et le problème consiste à minimiser

$$IC_1(r) = \ln\left(V(r, \Delta\tilde{F})\right) + r\hat{\sigma}_e^2(r_{\max}) \frac{N+T}{NT} \ln\left(\frac{NT}{N+T}\right). \quad (14)$$

Dans le paragraphe suivant, nous nous baserons sur cette démarche inspirée de la procédure PANIC afin de définir le paramètre  $\lambda$  commun à l'ensemble des observations (*pooled estimator*) et noté  $\hat{\lambda}^*$ ; ensuite les statistiques de test sont construites en suivant la démarche de Bai et Ng (2010).

### 2.2.2 Estimation de $\lambda$ et construction des statistiques de test

Les statistiques de test de l'hypothèse nulle  $\lambda = 1$  peuvent être construites à partir de l'estimateur des MCO corrigé de la racine autorégressive obtenue à partir de l'ensemble des observations (*pooled unit root*). Notons que cet estimateur est corrigé de façon à tenir compte de la condition (i). Ainsi, les possibles corrélations sérielles des résidus  $\hat{\varepsilon}_{it}$  sont contrôlées. Soit  $\hat{\phi}_\varepsilon$  l'estimateur de la somme des autocovariances positives des erreurs et  $\hat{x}$  la matrice de dimensions  $(T-2) \times N$  contenant les observations  $\hat{x}_{it}$ . L'estimateur corrigé des MCO est

$$\hat{\lambda}^* = \frac{\text{trace}(\hat{x}'_{-1}\hat{x}) - NT\hat{\phi}_\varepsilon}{\text{trace}(\hat{x}'_{-1}\hat{x}_{-1})}. \quad (15)$$

A partir de cet estimateur obtenu à partir de l'ensemble des observations (*pooled estimator*), deux statistiques de test de l'hypothèse nulle  $\lambda = 1$  sont construites par Bai et Ng (2010) en s'inspirant des statistiques  $t_a$  et  $t_b$  de Moon et Perron (2004). Elles sont notées  $P_a$  et  $P_b$  et suivent toutes les deux une loi normale centrée réduite

$$P_a = \frac{T\sqrt{N}(\hat{\lambda}^* - 1)}{\sqrt{2\hat{\nu}_\varepsilon^4/\hat{\omega}_\varepsilon^4}} \rightarrow N(0, 1); \quad (16)$$

$$P_b = T\sqrt{N}(\hat{\lambda}^* - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{trace}(\hat{x}'_{-1}\hat{x}_{-1}) \frac{\hat{\omega}_\varepsilon^2}{\hat{\nu}_\varepsilon^4}} \rightarrow N(0, 1) \quad (17)$$

où  $\hat{\omega}_\varepsilon^2$  et  $\hat{\nu}_\varepsilon^4$  correspondent respectivement aux estimateurs des moyennes interindividuelles des variances de long terme  $\omega_{\varepsilon,i}^2$  et des variances de long terme au carré  $\phi_{\varepsilon,i}^4$  de  $\varepsilon_{it}$ . A partir de  $\hat{\Gamma}_i(j)$  l'estimateur de l'autocovariance empirique des résidus,

$$\hat{\Gamma}_i(j) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-j} \hat{\varepsilon}_{i,t} \hat{\varepsilon}_{i,t+j}$$

il est possible de construire les estimateurs des variances de long terme individuelles<sup>6</sup>

$$\hat{\omega}_{\hat{\varepsilon},i}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=-T+1}^{T-2} \omega(q_i, j) \hat{\Gamma}_i(j); \quad \hat{\phi}_{\hat{\varepsilon},i} = \sum_{j=1}^{T-1} \omega(q_i, j) \hat{\Gamma}_i(j).$$

Ceci permet ensuite d'estimer les moyennes des variances de long terme de la manière suivante

$$\hat{\omega}_{\hat{\varepsilon}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\omega}_{\hat{\varepsilon},i}^2; \quad \hat{\phi}_{\hat{\varepsilon}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_{\hat{\varepsilon},i}; \quad \hat{\nu}_{\hat{\varepsilon}}^4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\omega}_{\hat{\varepsilon},i}^2)^2.$$

Les statistiques de tests sont alors obtenues en remplaçant les valeurs estimées de ces variances dans les expressions de  $P_a$  et  $P_b$ . Si la réalisation de la statistique est inférieure au seuil de la loi normale, on accepte l'hypothèse de convergence.

### 2.3 Analyse de la $\beta$ -convergence

Ce paragraphe présente la démarche utilisée pour analyser la  $\beta$ -convergence une fois l'hypothèse de convergence stochastique acceptée. Il s'agira d'estimer la valeur implicite de  $\hat{\beta}$  donnée par  $\hat{\beta} = ((\hat{\lambda}^*)^T - 1)/T$  afin d'analyser la  $\beta$ -convergence. À cet effet, nous utilisons un estimateur convergent de  $\lambda$ , que nous noterons  $\hat{\lambda}^*$ . La procédure se résume aux trois étapes suivantes qui permettent d'estimer  $\lambda$  et en outre de tester l'hypothèse nulle  $\lambda = 0$ .

Etape 1 : Il s'agit d'abord d'appliquer la procédure PANIC à l'équation (8) pour obtenir le modèle défactorisé

$$\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it} \quad (18)$$

où les variables sont définies de la même manière que dans l'équation (12). Ensuite, pour chaque  $i$ , la série  $\hat{x}_{it}$  est normalisée par l'écart-type de la régression des MCO  $\hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}_i}$  afin de contrôler l'hétérogénéité entre pays. La série normalisée est

$$\hat{z}_{it} = \hat{x}_{it} / \hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}_i}.$$

Etape 2 : Dans cette étape, nous construisons le modèle normalisé suivant afin d'obtenir un estimateur de  $\lambda$

$$\hat{z}_{it} = \lambda \hat{z}_{i,t-1} + \hat{v}_{it}$$

où  $\hat{v}_{it} = \hat{\varepsilon}_{it} / \hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}_i}$ . Soit  $\hat{z}$  la matrice des observations  $\hat{z}_{it}$  et  $\hat{z}_{-1}$  la matrice des observations retardées. L'estimateur corrigé de  $\lambda$  est

$$\hat{\lambda}^* = \frac{\text{trace}(\hat{z}'_{-1} \hat{z}) - NT \hat{\phi}_{\hat{\varepsilon}}}{\text{trace}(\hat{z}'_{-1} \hat{z}_{-1})}.$$

Etape 3 : En utilisant ce *pooled estimator* corrigé des MCO de l'équation normalisée, nous définissons la t-statistique corrigée

$$t^*(\lambda) = \frac{\hat{\lambda}^*}{\hat{\sigma}_{\lambda^*}},$$

---

6.  $q_i = 1.3221 \left[ \frac{4\hat{\psi}_{i,1}^2 T_i}{(1-\hat{\psi}_{i,1})^4} \right]^{1/5}$  avec  $\hat{\psi}_{i,1}$  estimateur de l'autocorrélation d'ordre 1 de  $\hat{\varepsilon}_{it}$ ;  $\omega(q_i, j) = \frac{25}{12\pi^2 w^2} \left[ \frac{\sin(6\pi w/5)}{6\pi w/5} - \cos\left(\frac{6\pi w}{5}\right) \right]$  avec  $w = \frac{j}{q_i}$ .

où

$$\hat{\sigma}_{\lambda^*} = \hat{\sigma}_{\hat{v}} \left( \sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{z}_{i,t-1}^2 \right)^{-1/2} ; \quad \hat{\sigma}_{\hat{v}} = \sqrt{\text{trace}((\hat{z} - \hat{\lambda}^* \hat{z}_{-1})(\hat{z} - \hat{\lambda}^* \hat{z}_{-1})') / NT}.$$

Cette t-statistique corrigée sera ensuite comparée à la valeur critique appropriée en vue de tester l'hypothèse nulle  $\lambda = 0$ . Si l'hypothèse nulle est acceptée, nous remplacerons  $\hat{\lambda}$  par 0 dans l'expression de  $\hat{\beta}$  donnée plus haut. Autrement, la valeur de  $\hat{\lambda}$  obtenue dans l'étape 2 sera utilisée.

### 3 Simulations

Cette section présente les résultats des simulations de Monte Carlo dont l'objet est de vérifier si les transformations effectuées dans le cadre de l'application de la procédure PANIC permettent de traiter le problème lié à une éventuelle présence d'un unique changement structurel sur la moyenne du processus générateur de données. La vérification de cette hypothèse est importante car elle implique que la spécification (18) peut non seulement être utilisée pour tester l'hypothèse de convergence sans que nous soyons confrontés aux problèmes touchant le terme d'erreur et qui sont relatés par Evans et Karras (1996) mais en plus elle permet de traiter les changements structurels qui affectent les séries. Sur le plan purement économétrique, il s'agit précisément de montrer que même en présence d'une rupture, les statistiques de test  $P_a$  et  $P_b$  peuvent être utilisées sans aucune incidence négative sur la taille et la puissance du test. Nous mènerons ainsi deux expériences<sup>7</sup> sous MATLAB 6.5. Dans l'expérience 1, le processus générateur de données est le même que celui de Bai et Ng (2010) tandis que dans l'expérience 2, le modèle est augmenté d'une rupture sur la moyenne. Les chocs communs sont *i.i.d.*,  $(F_{tj}, \pi_{ij}, e_{it}) \sim iidN(0, I_3)$ .

*Expérience 1 :*

$$y_{it}^c = \kappa_i + \sum_{j=1}^r \pi_{ij} F_{tj} + e_{it}$$

où  $F_t = \Phi F_{t-1} + \eta_t$  et  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ .

Dans l'expérience 2, nous incluons des ruptures positionnées de manière aléatoire pour chaque  $i$  avec des fractions  $\alpha_i = T_{b,i}/T$  qui suivent une loi uniforme  $U[0.2, 0.8]$ .

*Expérience 2 :*

$$y_{it}^c = \kappa_i + \theta_i DU_{i,t} + \sum_{j=1}^r \pi_{ij} F_{tj} + e_{it}$$

où  $F_t = \Phi F_{t-1} + \eta_t$  et  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ .

Dans chacune des deux expériences  $\kappa_i \sim N(0, 1)$ . Notons également que la procédure PANIC est utilisée dans les deux cas pour définir la forme défactorisée du modèle

$$\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}.$$

---

7. Programmation par les auteurs. Nous remercions Christophe Hurlin, Serena Ng et Pierre Perron d'avoir rendu disponibles les codes supplémentaires utilisés pour élaborer les programmes des deux expériences réalisées.

Pour étudier la taille du test, en suivant Bai et Ng (2010), nous avons  $\lambda_i = \Phi = 1$  pour tout  $i$ . Pour la puissance du test, nous considérons des valeurs de  $\lambda_i$  très proches de l'hypothèse nulle de racine unitaire. Ainsi, sous l'alternative, le paramètre  $\lambda$  est spécifique à chaque individu avec  $\lambda \sim U[0.9, 0.99]$ , tandis que  $\Phi = 0.5$ . Le nombre de facteurs communs est estimé en utilisant les critères  $BIC_3$  et  $IC_1$ . Suivant Bai et Ng (2002, 2004, 2010) et Moon et Perron (2004), le nombre maximal de facteurs communs est fixé à 8. Les simulations sont effectuées sur la base de 5 000 itérations avec  $N = \{20, 50\}$  et  $T = \{50, 100\}$ , et avec un niveau de significativité de 5%.

Tableau 1 : Résultats simulations

$(N, T)$		Expérience 1			Expérience 2			
		$P_a$	$P_b$	moy. $r$	$P_a$	$P_b$	moy. $r$	
Taille	(20,50)	vrai $r$	10.5	6.8	1.00	10.7	7.0	1.00
		$BIC_3$	10.5	6.8	1.00	10.7	7.0	1.00
		$IC_1$	10.5	6.8	1.00	10.7	7.0	1.00
	(20,100)	vrai $r$	10.1	6.8	1.00	10.6	6.9	1.00
		$BIC_3$	10.1	6.8	1.00	10.6	6.9	1.00
		$IC_1$	10.1	6.8	1.00	10.6	6.9	1.00
	(50,50)	vrai $r$	9.4	6.7	1.00	9.3	6.6	1.00
		$BIC_3$	9.4	6.7	1.00	9.3	6.6	1.00
		$IC_1$	9.4	6.7	1.00	9.3	6.6	1.00
	(50,100)	vrai $r$	8.3	6.0	1.00	8.2	5.9	1.00
		$BIC_3$	8.3	6.0	1.00	8.2	5.9	1.00
		$IC_1$	8.3	6.0	1.00	8.2	5.9	1.00
Puissance	(20,50)	vrai $r$	99.8	99.5		99.8	99.3	
		$BIC_3$	99.8	99.5		99.8	99.3	
		$IC_1$	99.8	99.5		99.8	99.3	
	(20,100)	vrai $r$	100	100		100	100	
		$BIC_3$	100	100		100	100	
		$IC_1$	100	100		100	100	
	(50,50)	vrai $r$	100	100		100	100	
		$BIC_3$	100	100		100	100	
		$IC_1$	100	100		100	100	
	(50,100)	vrai $r$	100	100		100	100	
		$BIC_3$	100	100		100	100	
		$IC_1$	100	100		100	100	

Notes : Pour la taille, les colonnes  $P_a$  et  $P_b$  donnent le pourcentage d'itérations pour lesquelles l'hypothèse nulle de racine unitaire est rejetée au seuil de 5%. Le nombre de facteurs est soit égal à 1 (le vrai nombre de facteurs) ou estimé en utilisant les critères d'information proposés par Bai et Ng (2002). La dernière colonne donne le nombre moyen de facteurs estimés. Pour la puissance, les colonnes donnent le pourcentage d'itérations pour lesquelles l'hypothèse nulle de racine est rejetée

Le Tableau 1 présente les résultats relatifs à la puissance et à la taille du test pour chaque expérience décrite ci-dessus. Pour les deux processus générateurs de données, les propriétés de taille et de puissance des tests  $P_a$  et  $P_b$  sont étudiées en considérant le pourcentage de réplifications où l'hypothèse de racine unitaire est rejetée. Le Tableau 1 donne également le nombre moyen de facteurs estimé en utilisant les critères de sélection et le vrai nombre de facteurs (vrai  $r$ ) qui est égal

à 1. Comme prévu, les résultats montrent que la procédure PANIC permet de tenir compte d'une éventuelle présence d'une rupture sur la moyenne du processus générateur de données sans pour autant affecter négativement les propriétés, en échantillon fini, des tests  $P_a$  et  $P_b$  de l'hypothèse nulle d'absence de convergence. Les propriétés de taille et de puissance des deux expériences sont très satisfaisantes et fortement similaires. En outre, ces résultats montrent que même en cas de présence d'un changement structurel sur la constante du modèle de convergence, les transformations proposées dans cette procédure permettent d'estimer avec précision le nombre de facteurs communs. Enfin, signalons que le nombre moyen de facteurs communs estimés reste le même pour ces deux expériences, et indépendamment du couple  $(N, T)$  considéré.

## 4 Application

### 4.1 Les données

Les données sont tirées des *World Development Indicators* (WDI) du groupe de la Banque Mondiale (<http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators>). Ce sont des séries annuelles du PIB réel par habitant pour la période 1975-2008. Afin de comparer les résultats pour les pays développés et les pays pauvres, deux échantillons sont considérés. Le premier, noté *AFRICA* est composé de 20 pays de l'Afrique subsaharienne. Il s'agit des 13 pays membres de la zone CFA auquel nous avons ajouté une liste de 7 autres pays d'Afrique subsaharienne. Les 13 pays de la zone CFA sont : Bénin, Burkina Faso, Cameroun, Centrafrique, République du Congo, Côte d'Ivoire, Gabon, Guinée Bissau, Mali, Niger, Sénégal, Tchad et Togo. Ces pays ont en général des cycles d'affaire fortement corrélés (Diagne et Niang, 2008). Les 7 autres pays qui composent l'échantillon *AFRICA* sont donnés par la liste suivante : Afrique du Sud, Congo Démocratique, Gambie, Ghana, Liberia, Nigeria et Sierra Léone. Le deuxième groupe de pays noté *OCDE* comprend 20 pays membres de l'OCDE : Allemagne, Australie, Autriche, Belgique, Canada, Danemark, Espagne, Etats-Unis, Finlande, France, Grèce, Irlande, Italie, Japon, Norvège, Nouvelle-Zélande, Pays-Bas, Portugal, Royaume-Uni et Suède. Un échantillon complet que nous appellerons *GLOBAL* et composé de ces deux groupes de pays est également considéré. Ainsi, ce dernier groupe comprend 40 pays riches et pauvres.

## 4.2 Résultats

### 4.2.1 Comparaison des résultats des tests de convergence obtenus à partir des différentes générations de tests

Nous avons utilisé les statistiques des trois générations de tests<sup>8</sup> développés dans la littérature afin de tester la non stationnarité du PIB par tête centré sur sa moyenne interindividuelle. Tous les résultats des tests sont présentés dans le Tableau 2 et sont basés sur un processus générateur de données dont la composante déterministe contient une constante pouvant être augmentée d'une rupture le cas échéant. L'utilisation de ces statistiques permet ainsi de tester l'hypothèse nulle de non convergence et de mener une étude comparative des résultats obtenus afin d'analyser l'incidence des phénomènes d'interdépendance et/ou de changement structurel. Dans un premier temps, des tests de changement structurel sont menés sur les séries en utilisant la procédure de Bai et Perron (1998). L'hypothèse nulle d'indépendance interindividuelle est également vérifiée grâce à la statistique  $CD$  de Pesaran (2004) qui est robuste au changement structurel. Les résultats de ces tests sont donnés dans les Tableaux 4 et 5 et ils montrent qu'il existe bien des problèmes de rupture et de dépendances inter-économies. Pour l'échantillon *GLOBAL*, les résultats des tests  $CD$  réalisés sur la base des résidus des régressions  $ADF(p)$  sont significatifs au seuil de 5% aussi bien pour le logarithme du PIB par tête que pour sa variante centrée sur la moyenne interindividuelle. Ceci est valable également pour l'échantillon *OCDE* et indépendamment de l'ordre de retard  $p = 1, 2, 3$ . Concernant le groupe *AFRICA*, seul le test d'interdépendance relatif au logarithme du PIB rejette l'hypothèse nulle, celui qui est réalisé sur le PIB centré l'accepte.<sup>9</sup>

A propos des tests de convergence proprement dits, les statistiques de tests reportées dans le Tableau 3 sont présentées en annexe. D'autres statistiques sont disponibles également dans la littérature mais nous ne considérons ici que celles qui sont mieux adaptées à la structure de notre panel eu égard aux propriétés spécifiques de ces différents tests. Concernant les procédures d'Im et al. (1997), Maddala et Wu (1999) et Levin et al. (2002) qui appartiennent à la première génération de test ignorant les corrélations entre pays et les changements structurels, les statistiques correspondantes  $W_{tbar}$  et  $t_p^*$  sont comparées aux valeurs critiques de la distribution normale tandis que  $P_{MW}$  est comparée au seuil d'un  $\chi^2(2N)$ . Cependant, à propos des tests appartenant à la catégorie de modèles dits de deuxième génération qui permettent de modéliser les dépendances inter-économies sur la base d'un modèle à facteurs (Bai et Ng 2004, Moon et Perron 2004, Pesaran 2007), les statistiques<sup>10</sup>  $P_{\hat{e},Choi}^c$  et  $MQ_c$  testent la non stationnarité respectivement sur les composantes idiosyncratique et commune du même pays. Contrairement à  $P_{\hat{e},Choi}^c$  qui est distribuée

---

8. Nous adressons nos remerciements à Christophe Hurlin (Université d'Orléans), Serena Ng (Columbia University) et Pierre Perron (Boston University) pour nous avoir gracieusement mis en ligne les programmes MATLAB nécessaires à la mise en oeuvre des tests de première et deuxième génération présentés dans le Tableau 2. Nous remercions également Josep Lluís Carrion-i-Silvestre (Université de Barcelone) et Tomás del Barrio Castro (Université des Îles Baléares) pour nous avoir fourni les programmes GAUSS utilisés dans les tests  $stat_{CDL}$  et  $P_m$ .

9. Dans l'application de la procédure proposée, nous avons néanmoins retenu le modèle (9) pour ce groupe de pays.

10. A noter que la statistique empilée de la composante idiosyncratique  $P_{\hat{e},Choi}^c$  est standardisée à partir de la procédure de standardisation de Choi (2001).

suivant une loi normale,  $MQ_c$  et  $CIPS^*$  sont non standard et leurs valeurs critiques sont fournies par leurs auteurs. Au seuil de 5%, ces valeurs critiques sont respectivement égales à -57.04 et -2.22. Quand au test de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) dont le modèle ne prend en compte qu'une rupture sur la moyenne, ignorant ainsi les corrélations dans la dimension individuelle, la statistique correspondante suit une loi normale de moyenne nulle et de variance qui dépend de la longueur de temps  $T$  et de la position de la rupture. Enfin, pour ce qui concerne le test de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) qui inclut à la fois les interdépendances et les changements structurels et appartient ainsi à une troisième génération<sup>11</sup>, la statistique  $P_m$  utilisée ici admet une distribution normale standard.

Tableau 2 : Résultats des tests de convergence réalisés sur la base des différentes générations de tests de racine unitaire en panel

Hypothèses prises en compte :	AFRICA	OCDE	GLOBAL
<b>Ni interdépendance ni rupture</b>			
Im, Pesaran et Shin (1997)			
$W_{tbar}$	-1.1899	-1.5065*	-1.7529**
Maddala et Wu (1999)			
$P_{MW}$	41.3962	56.8904**	94.0668
Levin, Lin et Chu (2002)			
$t_\rho^*$	-1.6285*	-4.5233***	-7.1853***
<b>Interdépendance uniquement</b>			
Bai et Ng (2004)			
$(P_{\hat{\varepsilon}, Choi}^c; MQ_c)$	(0.32; -19.197)	(3.39***; -21.95)	(2.24**; -19.55)
Moon et Perron (2004)			
$t_b^*$	-5.61***	-5.35***	-8.57***
Pesaran (2007)			
$CIPS^*$	-1.614	-1.530	-1.269
<b>Rupture uniquement</b>			
Carrion, Barrio et López (2001)			
$stat_{CDL}$	-1.121	2.662	0.155
<b>Interdépendance et rupture</b>			
Bai et Carrion-i-Silvestre (2009)			
$P_m$	-4.022***	-4.312***	-6.189***

Notes : Les signes (\*), (\*\*) et (\*\*\*) indiquent des niveaux de significativité respectivement égales à 10%, 5% et 1%.  $stat_{CDL}$  est la statistique de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) obtenue à partir du modèle  $CDL$  (en annexe). En dehors du test de Pesaran (2007) où le nombre de facteurs communs est fixé à 1, les tests de deuxième génération (Bai et Ng 2004, Moon et Perron 2004) incluent un nombre de facteurs communs (sélectionné par le critère  $BIC_3$ ) qui est égal à 6 pour les trois échantillons. C'est aussi le cas pour le test de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009). Quand au nombre maximal de facteurs autorisé, il est égal à 8.

Si l'on se base sur les résultats issus de la première et de la deuxième génération de tests, il apparaît une importante disparité d'une part entre les résultats d'une même génération et d'autre part entre ceux des deux différentes générations. Parmi les premiers tests, seul celui de Levin et al. (2002) accepte l'hypothèse de convergence au seuil de 1% pour OCDE et GLOBAL, et 10% pour l'échantillon *AFRICA*. La statistique  $P_{MW}$  de Maddala et Wu (1999) valide l'hypothèse de convergence uniquement pour les pays membres de l'OCDE avec un niveau de significativité de

11. Dans ce travail, nous appelons troisième génération de test ceux qui prennent en compte simultanément les interdépendances économiques et les changements structurels.

5% tandis que le test  $W_{tbar}$  d'Im et al. (1997) conclut à la convergence des pays de l'échantillon *GLOBAL* et des pays de l'OCDE aux seuils respectifs de 5% et 1% tout en rejetant définitivement cette hypothèse de convergence pour les pays d'Afrique.

L'inclusion des dépendances interindividuelles uniquement (deuxième génération) conduit également à des résultats pour le moins mitigés. Avec la procédure de Bai et Ng (2004), la convergence est rejetée quel que soit l'échantillon. Cette procédure a l'avantage de permettre de distinguer la source (idiosyncratique ou commune) de non convergence entre les économies. Et on peut constater que l'absence de convergence entre les pays de l'OCDE et ceux de l'échantillon *GLOBAL* est causée par des facteurs communs. Dans la mesure où la plupart des pays pris en compte évoluent dans les mêmes espaces économique ou monétaire, ceci peut sembler contradictoire. En effet, la théorie économique notamment celle qui traite des espaces économiques et monétaires soutient que les dépendances inter-économies engendrées par les politiques d'intégration sous-régionales devraient permettre d'accélérer le processus de convergence. Cependant, il faut préciser qu'en dehors des chocs de politiques d'intégration, les économies subissent également des chocs en rapport avec la conjoncture mondiale qui, comme le montrent les résultats du test de Bai et Ng (2004), sont de véritables sources de divergence. Bai et Carri-i-Silvestre (2009) soutiennent que lorsque le processus générateur de données contient des facteurs communs, les facteurs  $I(0)$  modélisent les chocs communs tandis que les facteurs  $I(1)$  modélisent les effets liés à l'évolution de l'économie mondiale. Par exemple, Hurlin et Mignon (2005) notent dans le cadre de l'analyse des propriétés de non stationnarité des séries du PNB que les facteurs communs  $I(1)$  peuvent être assimilés aux facteurs de croissance mondiale. En restant toujours dans le cadre des tests de deuxième génération, nous pouvons par ailleurs observer que la statistique  $t_b^*$  de Moon et Perron (2004) accepte au niveau de 1% l'hypothèse de convergence pour nos trois échantillons contredisant complètement les résultats du test *CIPS\** qui concluent en faveur de la divergence pour ces mêmes échantillons. Il faut par ailleurs rappeler que dans le test *CIPS\**, les hypothèses sont formulées de telle sorte que sous l'alternative, nous pouvons avoir deux catégories de pays : une première catégorie d'économies qui convergent et une seconde catégorie de pays qui divergent. Ainsi, si l'hypothèse alternative est acceptée, cela traduit le fait qu'il existe au moins un pays dont le PIB par tête converge vers la moyenne inter-économies. Ceci est valable également pour le test de Im et al. (1997) ou de Moon et Perron (2004). Dans le Tableau 6, nous avons utilisé la statistique CADF individuelle de Pesaran (2007) pour chaque économie afin de distinguer les pays dont le PIB par tête converge vers la moyenne internationale.

Afin d'étudier la situation où seul le changement structurel est pris en compte, le test de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) qui est une extension du test de racine unitaire de première génération développé par Harris et Tzavalis (1999) est également mis en oeuvre. Ici, les dates de ruptures estimées sont communes et sont obtenues sur la base d'une statistique *Supremum*. Ces dates correspondent à 1989, 1995 et 1989 respectivement pour les échantillons *AFRICA*, *OCDE* et *GLOBAL*. Les résultats du test de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) sont identiques à ceux du test *CIPS\** dans le sens où ils concluent en faveur de la non stationnarité du PIB par tête centré sur sa moyenne interindividuelle quel que soit l'échantillon.



De manière générale, le constat qui se dégage à travers l'étude des résultats issus des deux premières générations de tests est que même si des progrès considérables sont réalisés dans le cadre de la littérature sur la modélisation macro économétrique en panel non stationnaire, les résultats empiriques relatifs aux tests de convergence restent très mitigés et ne sont pas toujours en phase avec les prédictions de la théorie économique. C'est fort de ce constat qu'il nous semble indispensable d'aller plus loin dans la prise en compte effective des différents phénomènes qui peuvent affecter l'équation de convergence et dont l'omission conduit généralement au rejet à tort de l'hypothèse de convergence. D'ailleurs, les résultats fournis par le test  $P_m$  de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009), qui appartient à la troisième génération incluant les co-mouvements économiques et les mutations structurelles, acceptent l'hypothèse de convergence économique pour les trois groupes de pays au seuil de 1%. Le paragraphe suivant présente une application basée sur la procédure empirique proposée qui, en plus de tester la convergence en tenant compte à la fois les interdépendances et les ruptures, permet d'aller au-delà en analysant la  $\beta$ -convergence.

#### 4.2.2 Résultats obtenus sur la base de l'approche proposée

##### – Valeurs critiques de la statistique $t^* (\hat{\lambda})$

L'analyse des résultats obtenus dans le cadre de l'approche proposée nécessite la connaissance du niveau de significativité marginale de la t-statistique corrigée  $t^* (\hat{\lambda})$ . Nous avons ainsi fait appel à des simulations de Monte-Carlo<sup>12</sup> qui ont permis de déterminer les valeurs critiques aux seuils standards de 1%, 5% et 10%. La procédure de simulation se déroule de la manière suivante. Dans un premier temps, les paramètres (variances) des  $\hat{\varepsilon}_{it}$  sont recueillis pour chaque  $i$  afin de construire le modèle nul  $\hat{x}_{it} = \hat{\varepsilon}_{it}$ . A cet effet, nous appliquons au préalable la procédure PANIC au modèle de base  $y_{it}^c = \kappa_i + \theta_i DU_{i,t} + \lambda_i' F_t + e_{it}$  où  $F_t = \Phi F_{t-1} + \eta_t$  et  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ . La forme défactorisée, en écart à la composante déterministe  $\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}$  est ensuite estimée par les Moindres Carrés Ordinaires afin de recueillir les résidus  $\hat{\varepsilon}_{it}$ . Dans un deuxième temps, pour chaque  $i$ , en utilisant la variance de l'estimateur  $\hat{\varepsilon}_{it}$ , 10 000 séries sont générées<sup>13</sup> à partir du modèle nul  $\hat{x}_{it} = \hat{\varepsilon}_{it}$  avec  $\hat{\varepsilon}_{it} \sim iidN(0, \sigma_{\hat{\varepsilon}_i}^2)$ . Ainsi, sur la base du modèle alternatif  $\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}$ , nous procédons aux étapes 2 et 3 de la procédure présentée dans le paragraphe 2.3 pour obtenir le *pooled estimator* corrigé des MCO du modèle normalisé et pour déterminer la statistique de test  $t^* (\hat{\lambda})$ . Avec un échantillon de 10 000 valeurs de  $t^* (\hat{\lambda})$ , les valeurs critiques correspondant aux quantiles 1%, 5% et 10% sont déduites. La statistique  $t^* (\hat{\lambda})$  est ensuite comparée à la valeur critique appropriée.

##### – Discussion des résultats

Le Tableau 3 fournit les résultats des estimations réalisées en utilisant notre approche. Pour les trois échantillons (*AFRICA*, *OCDE*, *GLOBAL*), la procédure de sélection basée sur le critère de sélection  $BIC_3$  permet d'estimer un nombre de facteurs égal à 6, ce qui correspond ainsi au  $\hat{r}$

12. Les programmes utilisés sont réalisés sous MATLAB et leurs élaborations ont été possibles grâce à des programmes de base de Pierre Perron, Christophe Hurlin et Serena Ng.

13. Nous obtenons ainsi 10 000 échantillons.

estimé dans le paragraphe 4.2.1. Les résultats du Tableau 3 montrent que les pays de l'échantillon GLOBAL ont convergé sur la période 1975-2008. Les p-values associées aux statistiques de tests  $P_a$  et  $P_b$  sont inférieures au seuil de 1%, indiquant le rejet de l'hypothèse nulle de divergence pour ces pays. Ainsi, pour cet échantillon, le paramètre  $\hat{\lambda}^*$  est significativement inférieur à 1 avec une valeur  $\hat{\lambda}^* = 0.9421$ . Les tests basés sur  $t^*(\lambda)$  montrent que  $\lambda \neq 0$ <sup>14</sup> et la valeur implicite du paramètre  $\beta$  est  $\hat{\beta} = -0.0266$ . Ces résultats permettent de déterminer la vitesse de convergence et la demi-vie  $\tau$ . Le taux de convergence des pays de l'échantillon GLOBAL est de 5.95% et la demi-vie correspondante est de 26 ans.

Tableau 3 : Résultats des estimations de l'approche proposée

Echantillons :	<i>AFRICA</i>	<i>OCDE</i>	<i>GLOBAL</i>
Converg. stochast. ( $H_0 : \lambda = 1$ )			
$P_a$	0.4768 (0.6832)	-7.5155*** (0.0000)	-5.8031*** (0.0000)
$P_b$	0.4555 (0.6756)	-3.8373*** (0.0000)	-3.9214*** (0.0000)
Analyse de la $\beta$ -convergence			
$\hat{\lambda}^*$	1.00	0.8843***	0.9421***
$t^*(\lambda)$		55.95	120.02
Val. crit. (5%)		1.95	1.94
$\hat{\beta}$		-0.0306	-0.0266
$\hat{\theta}$		12.30%	5.95%
$\hat{\tau}$		22 ans	26 ans

Notes : Le paramètre  $\hat{\beta}$  est égal à  $\hat{\beta} = ((\hat{\lambda}^*)^T - 1)/T$ .  $\hat{\theta}$  correspond à la vitesse de convergence calculée à partir de l'expression  $\hat{\theta} = -\ln(1 + \hat{\beta}T)/T$  et exprimée en pourcentage.  $\hat{\tau}$  est la demi-vie (en années) donnée par  $\hat{\tau} = -\ln(2)/\ln(1 + \hat{\beta})$ . Val. crit. (5%) correspond à la valeur critique du test  $t^*(\lambda)$  au seuil de 5%. Les valeurs entre parenthèses correspondent aux p-values.

Il ressort des résultats concernant les pays de l'OCDE que les deux tests  $P_a$  et  $P_b$  acceptent aussi l'hypothèse de convergence pour ces pays au niveau de 1%. En outre, il y a  $\beta$ -convergence pour les pays membres de l'OCDE durant la période 1975-2008. En effet, avec un paramètre  $\hat{\beta} = -0.0306$  la vitesse de convergence est de 12.30%, c'est à dire que l'écart entre les PIB par tête des pays pauvres et des pays riches se réduit d'environ 12% par an; ceci implique une demi-vie égale de 22 ans, temps nécessaire aux économies pour parcourir la moitié de l'écart qui les sépare de leur état stationnaire. En ce qui concerne l'échantillon *AFRICA*, l'hypothèse nulle de divergence est définitivement acceptée. Les probabilités associées à  $P_a$  et  $P_b$  sont plus élevées que les seuils standards de 5% et 10%.

Ces résultats vont ainsi dans le même sens que les nombreux travaux sur la convergence des économies en panel en acceptant la  $\beta$ -convergence pour les pays de l'OCDE et ceux de l'échantillon

14. Suivant Evans et Karras (1996), nous admettons que  $\lambda \geq 0$ .

complet. Par ailleurs, comme prévu, le traitement des changements structurels et des dépendances inter-économies conduit à des vitesses de convergence plus élevées que celles obtenues à partir des approches généralement utilisées. Les estimations réalisées par Evans et Karras (1996) sur la période 1950-1990 et sur la base d'un échantillon plus large composé de 54 pays riches et pauvres constitué à partir des données de Summers et Heston (1991) fournissent une vitesse de convergence de 4.30%. Gaulier et al. (1999) introduisent l'hypothèse d'hétérogénéité du paramètre de convergence dans la procédure d'Evans et Karras (1996) et obtiennent une vitesse de convergence de 11.4% pour un échantillon de 27 pays de l'OCDE<sup>15</sup> sur la période 1960-1990. Cependant, comme on peut le constater, ni les périodes considérées par ces auteurs, ni leurs sources de données ne sont identiques aux nôtres, ce qui peut rendre la comparaison délicate. Toutefois, il est important de souligner que l'utilisation des données de panels non stationnaires notamment en prenant en compte les phénomènes de co-mouvement et de changement structurel résout considérablement le biais d'estimation rencontré en coupe transversale, qui tire la vitesse de convergence vers 0. C'est l'exemple des travaux de Barro et Sala-i-Martin (1991) et Mankiw et al. (1992) qui concluent à une vitesse de convergence de l'ordre de 2%. Comme l'a souligné Evans (1997), en se plaçant dans le contexte du modèle néoclassique de croissance, cette faible vitesse de convergence est incompatible avec le fait que le capital physique est le seul facteur principal reproductible et est rémunéré à son produit marginal. Car dans ce cas, l'élasticité de la production devra être beaucoup plus élevée que ce qui est généralement observé pour le capital physique. En d'autres termes, pour une analyse plus fidèle du processus de convergence, l'utilisation de procédures adaptées comme celle adoptée ici permettant d'aboutir à des estimateurs convergents des paramètres du modèle de convergence est nécessaire.

## Conclusion

Ce travail est centré sur la proposition d'une procédure de test de convergence économique en panel. En partant de l'approche proposée par Evans et Karras (1996), nous avons mis en oeuvre une procédure de test de convergence en mettant l'accent sur les dépendances interindividuelles et les changements structurels qui, s'ils sont ignorés, peuvent conduire à d'importants biais qui réduisent considérablement la puissance du test. Il apparaît à travers les simulations de Monte-Carlo qu'une démarche basée sur PANIC permet de contrôler les facteurs communs et les ruptures structurelles éventuellement associés au processus de convergence. En effet, la période d'étude considérée (1975-2008) correspond à une période où les politiques d'intégration sous-régionales sont au centre des stratégies de développement économique aussi bien dans les pays du Nord que dans ceux du Sud. Ces politiques n'ont cependant pas manqué de provoquer des changements dans la structure des économies leur permettant généralement de réaliser une meilleure croissance économique. Ainsi, avec la persistance de ce type de politiques, les économies les plus pauvres ont tendance à croître plus vite.

L'approche considérée pour étudier la convergence va au-delà de la démarche standard qui

---

15. Les données utilisées par Gaulier et al. (1999) sont issues de la base de Summers et Heston.

consiste à considérer les phénomènes cités comme de simples paramètres de nuisance. Des applications sont réalisées sur le groupe de pays *AFRICA* composé en grande partie d'économies membres de la zone CFA et à titre de comparaison, sur un échantillon de pays membres de l'OCDE. Les résultats confirment le rejet de l'hypothèse de convergence pour les pays d'Afrique sub-saharienne à l'instar des travaux qui se sont intéressés à la convergence économique dans ces pays. Cependant, au-delà de ce fait, il se dégage un point qui nous semble important. En effet, le travail a permis de souligner que la faiblesse de la vitesse de convergence généralement obtenue dans les études de convergence est en grande partie due à l'omission de certains chocs qui concernent les économies et qui peuvent créer des co-mouvements économiques et/ou des mutations structurelles ayant des impacts significatifs sur le processus de convergence. Ceci est confirmé par les résultats relatifs au groupe *OCDE* qui valident l'hypothèse de  $\beta$ -convergence pour les pays membres de l'OCDE avec une vitesse de convergence relativement importante (12.30%). En considérant un échantillon hétérogène qui est un regroupement des deux échantillons *AFRICA* et *OCDE* et donc composé de 40 pays riches et pauvres, l'hypothèse de convergence économique est également acceptée avec cette fois-ci une vitesse de convergence moins élevée que celle des pays de l'OCDE mais relativement plus importante que la vitesse de convergence mesurée à partir des approches existant dans la littérature.

## Références

- [1] Bai J, Ng S (2010) Panel Unit Root Tests With Cross-Section Dependence : A Further Investigation, *Econometric Theory*, 26, 1088-1114.
- [2] Bai J, Carrion-i-Silvestre J L (2009) Structural Changes, Common Stochastic Trends, and Unit Roots in Panel Data. *Review of Economic Studies*, *Blackwell Publishing*, 76 :471-501.
- [3] Bai J, Ng S (2004) A PANIC Attack on Unit Roots and Cointegration, *Econometrica*, 72 :1127-1178.
- [4] Bai J, Ng S (2002) Determining the Number of Factors in Approximate Factor Models, *Econometrica*, 70 :191-221.
- [5] Bai, J, Perron, P (1998) Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes, *Econometrica*, 66, 47-78.
- [6] Barro R J, Sala-i-Martin X (1995) Economic Growth Theory, *MIT Press*.
- [7] Barro R J, Sala-i-Martin X (1991) Convergence across States and Regions, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1 :107-182.
- [8] Baumol W J (1986) Productivity Growth, Convergence and Welfare : What the Long Run Data Show, *American Economic Review*, 76 :1072-1085.
- [9] Bernard A, Jones C (1996) Productivity Across Industries and Countries : Times Series Theory and Evidence, *The Review of Economics and Statistics*, 78 :135-146.
- [10] Bernard A B, Durlauf S N (1995). Convergence of International Output, *Journal of Applied Econometrics*, 10 :97-108.

- [11] Berthélemy J C, Dessus S, Varoudakis A (1997) Capital Humain et Croissance : le Rôle du Régime Commercial, *Revue Economique*, 48 :419-427.
- [12] Choi I (2001) Unit root tests for panel data. *Journal of International Money and Banking*, 20 : 249-272.
- [13] Carrion-i-Silvestre J L, German-Soto V (2009) Panel Data Stochastic Convergence Analysis of the Mexican Regions, *Empirical Economics*, 37.2 (2009) : 303-327.
- [14] Carrion-i-Silvestre J L, del Barrio-Castro T, Lopez-Bazo E (2005) Breaking the panels : An application to the GDP per capita, *Econometrics Journal*, 8 :159-175.
- [15] Carrion-i-Silvestre, J.L., del Barrio-Castro, T., López-Bazo, E. (2001). Level Shifts in a Panel Data Based Unit Root Test. An Application to the Rate of Unemployment, *Working Paper* Num. E02-79. University of Barcelona.
- [16] Diagne A, Niang A A (2008) Co-mouvements économiques dans les pays de la Zone CFA : Une analyse par le modèle factoriel dynamique généralisé, Document de Travail N° 2008-08. Laboratoire d'Economie et de Gestion, *Université de Bourgogne*.
- [17] Edjo, E.M.T., 2003. Analyse économétrique de la croissance, de la convergence et des changements structurels dans les pays de la zone FCFA : une approche par les séries temporelles. *Thèse Université de Bourgogne*, sous la direction de Pichery M.C. et de Ertur C. K.
- [18] Evans P (1996) Using cross-country variances to evaluate growth theories, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 20 :1027-1049.
- [19] Evans P, Karras G (1996). Convergence Revisited, *Journal of Monetary Economics*, 37 :249-265.
- [20] Evans, P. (1997). How Fast Do Economies Converge? *Review of Economics and Statistics*, 36, 219-225.
- [21] Gaulier G, Hurlin C, Jean-Pierre P (1999). Testing Convergence : A Panel Data Approach, *Annales d'Economie et de statistique*, 17 :55-56.
- [22] Hadri K (2000) Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panel Data, *Econometrics Journal*, 3 :148-161.
- [23] Harris R D F, Tzavalis E (1999) Inference for Unit Roots in Dynamic Panels where the Time Dimension is Fixed, *Journal of Econometrics*, 91 :201-226.
- [24] Hurlin, C., Mignon, V. (2005). Une Synthèse des Tests de Racine Unitaire sur Données de Panel, *Economie et Prévision*, 169, 253-294.
- [25] Im K S, Pesaran M H, Shin Y (2003) Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels, *Journal of Econometrics*, 115, 53-74.
- [26] Im, K.S., Pesaran, M.H., Shin, Y. (1997). Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels, DAE, *Working Paper* 9526, University of Cambridge.
- [27] Islam N (1995) Growth Empirics : A Panel Data Approach, *Quarterly Journal of Economics*, 110 :1127-1170.

- [28] Levin A, Lin F, Chu C. (2002) Unit root tests in panel data : asymptotic and finite-sample properties, *Journal of Econometrics*, 108 : 1-24.
- [29] Lluís Carrion-i-Silvestre J, German-Soto V (2009). Panel data stochastic convergence analysis of the Mexican regions, *Empirical Economics*, 37 :303-327.
- [30] Mankiw, N. G., Romer, D., Weil, D. N. (1992). A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 107, 407-437.
- [31] Maddala G S, Wu S (1999) A Comparative Study of Unit Root Tests with Panel Data and a New Simple Test, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61 :631-652.
- [32] Moon H R, Perron B (2004) Testing for a Unit Root in Panels with Dynamic Factors, *Journal of Econometrics*, 122 :81-126.
- [33] Paci, R., Pigliaru, F. (1997). Structural change and convergence : an Italian regional perspective, *Structural Change and Economic Dynamics*, 8, 297-318.
- [34] Pesaran H M (2007) A Simple Panel Unit Root Test in the Presence of Cross Section Dependence, *Journal of Applied Econometrics*, 22 :265-312.
- [35] Pesaran H M (2004) General diagnostic tests for cross section dependence in panels. *CEifo Working Paper Series*, No. 1229.
- [36] Phillips P C B, Sul D (2003) Dynamic Panel Estimation and Homogeneity Testing Under Cross Section Dependence, *Econometrics Journal*, 6 :217-259.
- [37] Quah D. (1992). International Patterns of Growth : I, Persistency in Cross-Country Disparities, *London School of Economics*.
- [38] Solow R M (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70 :65-94.
- [39] Strauss J, Yigit T (2003) Shortfalls of Panel Unit Root Testing, *Economics Letters*, 81 :309-313.
- [40] Summers R, Heston A (1991) The Penn World Table (Mark 5) : An Expanded Set of International Comparisons, 1950-1988, *The Quarterly Journal of Economics*, 106 :327-368.
- [41] Swan T W (1956) Economic Growth and Capital Accumulation, *Economic Record*, 32 :334-361.

# ANNEXE

## - Construction des statistiques de test

### Ni interdépendance, ni rupture

*Im, Pesaran et Shin (1997)*

Ce test appelé aussi test IPS est basé sur un modèle ADF avec une racine hétérogène notée  $\rho_i$ . Une des particularités est le fait qu'on considère que sous l'hypothèse alternative on peut avoir deux catégories d'individus. Ainsi, sous  $H_1$  on a  $\rho_i < 0$  pour  $i = 1, \dots, N_1$  et  $\rho_i = 0$  pour  $i = N_1 + 1, \dots, N$  avec  $0 < N_1 \leq N$ . La statistique de test  $W_{t\_bar}$  utilisable dans des panels de petites tailles est

$$W_{t\_bar} = \frac{N^{1/2} \left( t\_bar_{NT} - N^{-1} \sum_{i=1}^N E[t_{iT} | \rho_i = 0] \right)}{\sqrt{N^{-1} \sum_{i=1}^N Var[t_{iT} | \rho_i = 0]}} \rightarrow N(0, 1). \quad (19)$$

où  $t\_bar$  correspond à la moyenne des statistiques ADF individuelles.  $E(t_{iT})$  et  $Var(t_{iT})$  correspondent respectivement à l'espérance et la variance de la distribution.

*Maddala et Wu (1999)*

Cette procédure est basée sur une combinaison des p-values de  $N$  tests individuels de racine unitaire effectués de manière indépendante. Il s'agit ainsi d'un test de significativité à la Fisher (1932). La statistique proposée par Maddala et Wu (1999) suit un  $\chi^2(2N)$  et se présente de la manière suivante

$$P_{MW} = -2 \sum_{i=1}^N \ln(p_i) \quad (20)$$

où  $p_i$  correspond à la p-value associée à la régression ADF pour l'individu  $i$ .

*Levin, Lin et Chu (2002)*

Le test de Levin, Lin et Chu (2002) qui est aussi appelé test de LLC est construit sur la base d'une t-statistique ajustée de la racine homogène qui admet une distribution normale

$$t_\rho^* = \frac{t_\rho}{\hat{\sigma}_T^*} - NT \hat{S}_N \left( \frac{\hat{\sigma}_\rho}{\hat{\sigma}_\xi^2} \right) \left( \frac{\mu_T^*}{\hat{\sigma}_T^*} \right) \rightarrow N(0, 1) \quad (21)$$

où  $\mu_T^*$  et  $\hat{\sigma}_T^*$  correspondent respectivement aux composantes d'ajustement de la moyenne et de la variance. Leurs valeurs sont simulées par les auteurs et dépendent de  $T$  et du paramètre de troncature utilisé dans la procédure d'estimation par noyau de la variance de long terme des résidus. Le terme  $\hat{S}_N$  est la moyenne des ratios de la variance de long terme du modèle sur la variance de court terme des résidus individuels pour  $i = 1, \dots, N$ .

### Interdépendance uniquement

*Bai et Ng (2004)*

Pour la composante idiosyncratique, nous avons utilisé la statistique  $P_{\hat{\epsilon}}^c$  qui est standardisée suivant

la procédure de Choi (2001)

$$P_{\hat{e}}^c = \frac{-2 \sum_{i=1}^N \log p_{\hat{e}}^c(i) - 2N}{\sqrt{4N}} \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

où  $p_{\hat{e}}^c(i)$  est la p-value associée à la statistique ADF de la composante idiosyncratique de l'individu  $i$ . Pour ce qui concerne la composante commune, des tests successifs de séquences d'hypothèses sont nécessaires, à l'instar des tests du nombre de vecteurs de cointégration de Johansen (1988). L'hypothèse nulle est définie par  $H_0 : r_1 = q$  avec  $r_1$  le nombre de tendances stochastiques communes. Dans ce cas, les  $q$  vecteurs propres associés aux  $q$  premières valeurs propres de la matrice de covariance des facteurs seront notés  $\hat{V}_\perp$  et nous pouvons définir  $\hat{Z}_t^c = \hat{V}_\perp' F_t^c$  où  $F_t^c$  est la matrice des facteurs centrés. Pour déterminer la première statistique de test, on applique la procédure suivante.

Premièrement : On considère les résidus autorégressifs d'ordre 1 de  $Z_t^c$  notés  $\hat{\xi}_t^c$  et on définit <sup>16</sup>

$$\hat{\Sigma}_1^c = \sum_{j=1}^J K(j) \left( T^{-1} \sum_{t=2}^T \hat{\xi}_{t-j}^c \hat{\xi}_t^{c'} \right). \quad (22)$$

Deuxièmement : On peut déterminer ensuite  $\nu_c^c(q)$ , la plus petite valeur propre de

$$\hat{\Phi}^c(q) = 0.5 \left[ \sum_{t=2}^T (\hat{Z}_t^c \hat{Z}_{t-1}^{c'} + \hat{Z}_{t-1}^c \hat{Z}_t^{c'}) - T(\hat{\Sigma}_1^c + \hat{\Sigma}_1^{c'}) \right] \left( \sum_{t=2}^T \hat{Z}_{t-1}^c \hat{Z}_{t-1}^{c'} \right)^{-1}. \quad (23)$$

Troisièmement : A partir de  $\nu_c^c(q)$ , la statistique est enfin définie comme suit

$$MQ_c^c(q) = T [\hat{\nu}_c^c(q) - 1]. \quad (24)$$

*Moon et Perron (2004)*

La statistique  $t_b^*$  utilisée ici est définie de la même manière que la statistique  $P_b$  (Paragraphe 2.2.2) et on a ainsi

$$t_b^* = \sqrt{NT} (\hat{\lambda}^* - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{tr} (y_{-1} Q_{\hat{\pi}} y_{-1}') \begin{pmatrix} \hat{\omega}_e \\ \hat{\phi}_e^2 \end{pmatrix}} \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0, 1).$$

*Pesaran (2007)*

L'hypothèse nulle de racine unitaire testée est  $\lambda_i = 1$  pour tout  $i$  contre l'alternative hétérogène  $\lambda_i < 1$  pour  $i = 1, \dots, N_1$  et  $\lambda_i = 1$  pour  $i = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N$ . L'hypothèse nulle est testée sur la base d'un modèle augmenté de type DF communément appelé CADF (Cross-sectionally Augmented DF). La statistique  $CIPS^*(N, T)$  de Pesaran (2007) utilisée dans ce papier correspond à la moyenne des versions tronquées de  $CADF_i$ , notée  $CADF_i^*$

$$CIPS^*(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N CADF_i^*.$$

Ainsi, pour  $K_1$  et  $K_2$  deux constantes positives telles que  $\Pr[-K_1 < CADF_i < K_2]$  soit suffisamment large (au-delà de 0.9999), les valeurs de  $CADF_i$  inférieures à  $-K_1$  ou supérieures à  $K_2$  sont remplacées par leurs bornes respectives. Les valeurs de  $K_1$  et  $K_2$  sont fournies par Pesaran (2007).

16.  $K(j) = 1 - j/(J + 1)$  pour  $j = 0, 1, \dots, J$ .



## Rupture uniquement

*Carrion-i-Silvestre et al. (2001)*

Ici l'hypothèse nulle d'intégration d'ordre 1 est testée en généralisant la statistique LM de Harris et Tzavalis (1999). En effet, ce test a tendance à mener à des conclusions à tort en faveur de l'hypothèse nulle de non stationnarité du fait du biais généré par une mauvaise spécification de la composante déterministe à travers l'omission d'un changement structurel affectant la moyenne de la série. Dans le cas d'une telle omission, l'estimateur de  $\lambda$  obtenu à partir du modèle nul présente un biais que nous noterons  $B_N$  et qui est une fonction de  $T$  et de la fraction de rupture  $\alpha = T_b/T$ . Ainsi, sous l'hypothèse nulle,  $\hat{\lambda}_0 - 1$  est non nul et nous avons

$$p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} (\hat{\lambda}_0 - 1) = B_N.$$

La statistique de test n'est ainsi différente de celle de Harris et Tzavalis (1999) que par le fait que le paramètre  $\lambda$  utilisé est corrigé du biais égal à

$$B_N = \frac{-3T(T-3)}{(1+2\alpha^2-2\alpha)T + (2\alpha-2)T-1}.$$

## Interdépendance et rupture

*Bai et Carrion-i-Silvestre (2009)*

Le test  $P_m$  de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) est basé sur le modèle (9).  $P_m$  est une statistique à la Choi (2001) et nous avons

$$P_m = \frac{-2 \sum_{i=1}^N \ln p_i - 2N}{\sqrt{4N}} \rightarrow N(0, 1);$$

où  $p_i$  est le p-value associée à la statistique

$$\text{MSB}_i = \frac{T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{e}_{i,t-1}^2}{\hat{\sigma}_{\varepsilon,i}}$$

correspondant à l'individu  $i$ .  $\hat{\sigma}_{\varepsilon,i}$  est la variance de long terme de  $\varepsilon_{it}$  définie dans la relation  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ .

## - Tableaux

Tableau 4 : Résultats des tests de changement structurel

Pays	Logarithme PIB par tête		Logarithme PIB par tête centré					
			AFRICA		OECD		GLOBAL	
	Rup.	Date	Rup.	Date	Rup.	Date	Rup.	Date
Allemagne					+	1999		
Australie					+	1982		
Autriche					+	2000	+	1989
Belgique					+	1997		
Canada					+	1989	+	1992
Danemark					+	2000		
Espagne							+	1989
Etats-Unis					+	2000		
Finlande								
France								
Grèce								
Irlande					+	1995		
Italie								
Japon								
Norvège								
Nouvelle Zélande					+	1987	+	1992
Pays Bas					+	1990		
Portugal					+	1987		
Royaume Uni								
Suède					+	1990		
Afrique du Sud								
Bénin	+	1997	+	1991				
Burkina Faso							+	1995
Cameroun								
Centrafrique	+	1989	+	2002				
Congo, Dém.			+	1992				
Congo, Rep.	+	1980	+	1980				
Côte d'Ivoire								
Gabon								
Gambie			+	1989			+	1994
Ghana								
Guinée Bissau	+	2001					+	2001
Libéria	+	1989	+	1989			+	1989
Mali	+	2000	+	1991			+	1981
Niger	+	1983	+	1983				
Nigeria							+	1980
Sénégal	+	2003	+	1991			+	1982
Sierra Leone								
Tchad	+	2003	+	2002				
Togo	+	1982						

Notes : Les dates de ruptures sont estimées suivant la procédure de Bai et Perron (1998). Nous considérons le cas d'un seul changement structurel. Le signe (+) indique la présence d'une rupture.

Tableau 5 : Résultats des tests d'indépendance interindividuelle

Régressions $ADF(p)$	Statistiques $CD$					
	PIB par tête			PIB par tête centré		
	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$
<i>AFRICA</i>	3.70	3.40	3.67	-0.30	0.24	-0.36
<i>OCDE</i>	24.63	24.32	24.26	-3.00	-2.63	-2.65
<i>GLOBAL</i>	17.04	15.96	15.01	8.17	7.56	6.88

Notes :  $CD$  correspond à la statistique de Pesaran (2004). La statistique de test est basée sur la moyenne des coefficients de corrélation de Pearson des résidus estimés à partir des équations de régression de type ADF. Nous considérons différents ordres  $p$ . La statistique est comparée à la distribution normale standard. L'hypothèse nulle d'indépendance interindividuelle est rejetée si  $|CD| \geq 1.96$ .

Tableau 6 : Résultats des tests CADF individuels

Pays	Log. PIB par tête	Log. PIB par tête en écart à la moyenne interindividuelle		
		AFRICA	OECD	GLOBAL
Allemagne	-0.896		-2.505	-1.050
Australie	1.496		-1.612	-0.370
Autriche	-0.336		-3.251*	-1.180
Belgique	-0.138		-0.651	-0.901
Canada	0.358		-1.100	-1.548
Danemark	-0.460		-0.547	-1.012
Espagne	-0.321		-1.202	-1.439
Etats-Unis	0.087		-1.324	-0.653
Finlande	-1.874		-1.861	-1.679
France	0.262		-0.811	-0.701
Grèce	-1.257		-2.293	1.453
Irlande	0.112		-1.079	-1.199
Italie	-0.802		-0.848	-0.824
Japon	-1.609		-2.146	-1.370
Norvège	-0.153		-1.208	-1.383
Nouvelle Zélande	0.092		-0.722	-1.267
Pays Bas	-0.258		-3.153*	0.370
Portugal	-0.690		-1.654	-0.726
Royaume Uni	0.575		-1.475	0.181
Suède	-0.412		-1.162	-1.033
Afrique du Sud	-0.425	-1.165		-1.227
Bénin	-2.670	-3.070*		-2.487
Burkina Faso	1.303	-2.062		-0.972
Cameroun	-2.229	-2.687		-0.773
Centrafrique	-1.134	-0.027		-1.464
Congo, Dem.	0.579	-0.849		-1.039
Congo, Rep.	-3.292*	-3.811**		-3.262*
Côte d'Ivoire	-3.384**	-1.184		-2.323
Gabon	-1.122	-0.972		-0.946
Gambie	0.235	-1.129		-1.628
Ghana	-3.179*	-0.041		-2.472
Guinée Bissau	-1.522	-2.268		0.056
Liberia	-1.218	-1.739		0.279
Mali	-2.564	0.180		-2.493
Niger	-1.212	-1.495		-1.659
Nigeria	-3.436**	-2.143		-3.653**
Sénégal	-2.038	-1.716		-1.853
Sierra Leone	-0.844	-2.402		-1.728
Tchad	-5.749**	-0.914		-3.692**
Togo	-1.323	-2.787		-1.073

Notes : Les valeurs critiques aux seuils de 5% et 10% sont respectivement égales à -3.34 et -2.96 pour les échantillons *OCDE* et *AFRICA*. Pour l'échantillon *GLOBAL*, les valeurs critiques aux seuils respectifs de 5% et 10% correspondent à -3.34 et -2.97. Les signes (\*) et (\*\*) indiquent respectivement des niveaux de significativité de 10% et 5%.