

# Documents de travail

du Laboratoire d'Economie et de Gestion

*Working Papers*

## Utilisation des matrices de pondérations en économétrie spatiale Proposition dans un contexte spatio-temporel\*

Jean Dubé<sup>1</sup>, Catherine Baumont<sup>2</sup>, Diègo Legros<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Département Sociétés, Territoires et Développement  
Université du Québec à Rimouski (UQAR)  
300, allée des Ursulines  
Rimouski, Canada, G5L 3A1  
Jean.dube@uqar.qc.ca

<sup>2</sup> Laboratoire d'Economie et de Gestion  
Université de Bourgogne & CNRS  
UMR 5118 Laboratoire d'Economie et de Gestion  
Pôle d'Economie et de Gestion, 2 boulevard Gabriel, 21000 Dijon, France  
catherine.baumont@u-bourgogne.fr diego.legros@u-bourgogne.fr

e2011-01

Equipe Analyse et Modélisation des Interactions Economiques (AMIE)

# **Utilisation des matrices de pondérations en économétrie spatiale : Proposition d'adaptation dans un contexte spatio-temporel\***

Jean Dubé, Catherine Baumont, Diègo Legros

RESUME - Le but de l'article est d'apporter une réflexion sur l'utilisation des matrices de pondérations spatiales dans le calcul des statistiques de tests permettant la détection de l'autocorrélation spatiale ainsi que dans l'estimation des modèles autorégressifs spatiaux dans un contexte où les dimensions spatiale et temporelle sont existantes. Le développement d'une nouvelle matrice de pondérations spatio-temporelles est proposé et un exemple simple d'opérationnalisation est présenté. La réalité des données spatiales empilées dans le temps étant largement différente de la caractérisation des données en coupes transversales ou en panels ou pseudo-panels, l'article propose une approche spatio-temporelle intégrée.

MOTS CLES : Autocorrélation spatiale, modèles autorégressifs spatiaux, matrice de pondération, modélisation spatio-temporelle.

---

## **Uses of weights matrices in spatial econometrics: Proposition of an adaptation in a spatio-temporal context**

ABSTRACT – This paper aims to bring the reflection about using spatial weight matrix in spatial statistics and tests related to detect spatial autocorrelation as well as in the use of spatial regression model when both, time and space, dimensions are present. The development of a unique spatio-temporal weight matrix is proposed and a simple fictive example is presented. The reality of spatial data collected over time is largely different from a single cross-sectional or panel (pseudo-panel) data structure. The paper proposes a new and simple spatio-temporal approach based on a unique weight matrix.

KEY WORDS: Spatial Autocorrelation, Spatial Autoregressive Model, Weights Matrix, Spatio-Temporal Model.

**Classification JEL : C19, C50, Y2**

\*Cette recherche est financée par le Fonds québécois de recherche en culture et société (FQRSC) et a été réalisée dans le cadre de l'accueil de Jean Dubé en stage postdoctoral au Laboratoire d'Economie et de Gestion (avril-juillet 2010) de l'Université de Bourgogne (Dijon, France). Jean Dubé est actuellement Professeur à l'Université du Québec à Rimouski.

Cet article est actuellement soumis à la revue *L'Actualité Economique*.

## INTRODUCTION

L'autocorrélation spatiale des variables est un phénomène couramment rencontré dans les analyses spatiales et qui est relié à la première loi de la géographie (Tobler, 1979) : « *Everything is related to everything else, but closer things more so* ». Bien que le concept fût formellement synthétisé par les travaux de Cliff et Ord (1969, 1973), le phénomène n'est pas nouveau et Student suspectait, déjà en 1914, une possible relation entre les observations localisées. Au cours des années 1990, l'autocorrélation spatiale devient une question qui s'affirme dans la littérature et plusieurs définitions sont proposées (Griffith, 1992; Anselin et Bera, 1998; Heppel, 2000), bien qu'elles renvoient à une définition large initialement suggérée par Anselin (1988a) : « *Spatial autocorrelation can be loosely defined as the coincidence of value similarity with locational similarity* ». La documentation et la littérature sur les effets spatiaux sont telles qu'il est maintenant impossible d'ignorer ce problème lorsqu'on travaille avec des données géolocalisées (Anselin, 2007).

L'autocorrélation spatiale des résidus renvoie à la présence d'un lien de dépendance, de nature géographique ou, selon le terme admis, « spatial », entre les termes d'erreurs d'un modèle de régression. Ce phénomène invalide l'interprétation des tests statistiques en biaisant la variance estimée (autocorrélation des erreurs). Le problème peut même entraîner des biais dans les coefficients estimés lorsque la variable endogène spatialement décalée est introduite parmi les variables explicatives. Certains tests statistiques permettent d'en déceler la présence (Moran, 1950) et même de proposer une

méthode de correction appropriée selon le type de dépendance (Bivand, 1984; Anselin, 1988b; Getis, 1990; Anselin et Bera, 1998; Kelejian et Robinson, 1998; Le Gallo, 2002). L'ajustement des modèles statistiques devient nécessaire pour enrayer ce problème et le développement de logiciels spécialisés a largement aidé à faciliter le recours aux méthodes d'économétrie spatiale (Anselin, 1992b; LeSage, 1999; Anselin *et al.*, 2006; Bivand, 2006).

Il existe plusieurs méthodes de correction basées sur l'introduction, dans un modèle de régression, de variables exogènes décalées spatialement ou d'une spécification autorégressive de la variable dépendante ou du terme d'erreur (Ord, 1975; Paelinck et Klassen, 1979; Anselin et Griffith, 1988; Anselin, 1980, 1990; Baltagi, 2001). Les modèles autorégressifs spatiaux permettent de contrôler les effets de débordements géographiques qui ne sont pas captés par les autres variables explicatives du modèle. Ces approches, plutôt classiques en économétrie spatiale, assurent une juste interprétation des résultats (Cliff et Ord, 1981; Anselin, 1992a; Cressie, 1993; Anselin et Florax, 1995; Pace et LeSage, 2003).

Ces méthodes sont maintenant appliquées aux modèles utilisant des données de panel ou pseudo-panel (Anselin *et al.*, 1995; Anselin, 2001; Elhorst, 2003; Baltagi et Li, 2004; Baltagi *et al.*, 2003, 2007; Kapoor *et al.*, 2007). Ces données se caractérisent par des observations spatiales qui sont répétées régulièrement dans le temps. Elles permettent une source de variation plus riche. Si ces méthodes et techniques sont suffisamment bien documentées, l'accent sur les données transversales empilées dans le temps a reçu encore

peu d'approfondissements. La réalité des données spatiales empilées est, en effet, différente de celle des données de panel ou de pseudo-panel puisque les observations spatialisées à un moment du temps ont peu de chances d'être observées à un autre moment dans le temps, comme dans le cas de transactions immobilières.

À titre d'exemple, l'approche des ventes répétées, permettant la construction d'un indice de prix à partir de transactions individuelles, nécessite qu'un même bien immobilier ait été transigé au moins deux fois sur la période étudiée. Cette méthode a ainsi pour effet de diminuer considérablement la taille de l'échantillon puisque peu de transactions sont multiples, encore moins lorsque la période est courte (Case et Shiller, 1989; Abraham et Schauman, 1991; Clapp *et al.*, 1991; Dubé *et al.*, 2011). Dès lors la mise en œuvre des méthodes d'estimation en panels ou pseudo panel ne peut tenir compte de l'intégralité des observations disponibles. Pour cette raison, l'article propose une approche permettant de traiter à la fois les dimensions espace et temps à partir d'une matrice de pondération spatio-temporelle qui peut être utilisées pour calculer les différents tests et estimer les modèles économétriques spatiaux.

La première section de l'article rappelle l'utilité de la matrice de pondération spatiale, outil fondamental dans la mesure du degré de dépendance spatiale et dans les modélisations économétriques. Le concept de la dimension temporelle des effets spatiaux est présenté dans la deuxième section. La méthodologie de conceptualisation des matrices de pondérations spatio-temporelles fait l'objet de la troisième section alors que la quatrième section propose une application simple sur des données fictives permettant

d'étudier le problème d'autocorrélation spatiale d'une variable. La cinquième section propose une brève discussion sur l'approche et propose quelques pistes de recherches futures alors que la sixième section clôture l'article.

## 1. IMPORTANCE DE LA MATRICE DE PONDÉRATION SPATIALE

La dépendance spatiale est habituellement modélisée à l'aide d'une matrice de pondérations spatiales, notée  $W$ , dont le terme générique  $w_{ij}$  traduit la force du lien spatial existant entre deux observations,  $i$  et  $j$ , localisées. Pour un ensemble de  $N$  observations localisées, une matrice  $W$ , de dimension  $N \times N$ , est définie de manière exogène en établissant des pondérations issues d'une relation mathématique permettant de traduire, pour toutes les paires d'observations, l'idée de proximité spatiale entre les observations  $i$  et  $j$  ainsi que leur intensité.

La matrice de pondérations spatiales est utilisée, notamment, pour tester la présence de dépendance spatiale entre deux variables ou encore entre les résidus des modèles de régression. Le plus connu de ces tests est celui reposant sur la statistique  $I$  de Moran, adaptée par Cliff et Ord (1972) aux résidus du modèle de régression estimé par les moindres carrés ordinaires (MCO). La statistique de Moran permet d'identifier une mauvaise spécification du modèle, sans pour autant suggérer une forme alternative (Getis et Ord, 1992; Kelejian et Robinson, 1992), en particulier une spécification avec autocorrélation spatiale des erreurs (SEM) ou avec variable endogène spatialement autorégressive (SAR). D'autres statistiques du type multiplicateur de Lagrange (LM),

permettent d'identifier la forme de la relation de dépendance spatiale (Anselin, 1988c) : les tests LMERR (resp. LMLAG) et leurs versions robustes permettent de tester la présence d'une forme autocorrélée des erreurs (resp. de la variable dépendante) et sont relativement puissants contre l'autre forme de dépendance spatiale (Anselin *et al.*, 1996; Anselin, 2001a; 2001b)<sup>1</sup>. Une méthodologie qualifiée de « *specific to general* » (Anselin et Rey, 1991; Anselin et Florax, 1995) basée sur la significativité de ces différents tests permet d'orienter le modélisateur vers la spécification appropriée. La performance d'une telle approche est par ailleurs empiriquement étudiée (Florax et Folmer; 1992) et il est montré, à l'aide de simulation de Monte Carlo, que cette méthodologie est plus performante que la méthode « *general to specific* » préconisée par Hendry (1979).

L'introduction de variables spatialement décalées dans le modèle de base conduit à différentes spécifications économétriques dont l'estimation par les méthodes appropriées permet de capter les effets de la dépendance entre les résidus du modèle. Un parallèle important peut ainsi être fait entre les méthodes d'ajustements statistiques appliquées aux séries chronologiques (*time series*) et les développements proposés dans les analyses spatiales. Alors que les modèles avec séries chronologiques proposent souvent l'introduction de variables retardées dans le temps pour capter l'effet de corrélation temporelle, les modèles spatiaux proposent l'introduction de variables décalées spatialement pour capter l'effet de débordement spatial. Différents cas peuvent se présenter car il est possible d'introduire parmi les régresseurs la variable endogène décalée,  $WY$ , certaines ou l'ensemble des variables exogènes spatialement décalées,  $WX_k$

---

<sup>1</sup> Des simulations de Monte-Carlo (Anselin et Florax, 1995b; Florax et Rey, 1995; Anselin et Rey, 1991) ont montré que le test LM pour le modèle à variable endogène retardée (SAR-LAG) était plus robuste à la non-normalité des erreurs que le test LM pour le modèle avec autocorrélation des erreurs (SEM).

, ou encore considérer l'autocorrélation des résidus,  $W\varepsilon$ . Or chacune des spécifications reposent sur la construction d'une matrice de pondérations spatiales,  $W$ .

La matrice  $W$  relie de manière multidirectionnelle chaque observation aux autres. Les pondérations sont issues d'une manière générale d'une fonction prenant en compte certains paramètres de friction susceptibles de rendre la relation de proximité non linéaire (Cliff et Ord, 1981). Plusieurs variantes sont possibles permettant de capter tout un ensemble de schémas de proximités, simples ou complexes, allant de la spécification binaire (matrice de contiguïté) pour laquelle les observations sont considérées comme dépendantes ou non à d'autres spécifications continues (Upton et Fingleton, 1985) dans lesquelles le degré de dépendance décroît plus ou moins fortement en fonction de la distance séparant les observations. La combinaison d'un schéma binaire et de schémas basés sur la distance ou toute autre forme de proximités est également possible.

En pratique, les pondérations spatiales  $w_{ij}$  sont généralement standardisées (Équation (1)) puisque l'utilisation d'une matrice standardisée présente deux avantages. D'une part, les variables décalées donnent, pour chaque observation  $i$ , la valeur moyenne de la variable sur l'ensemble de ses voisins  $j$ . D'autre part, les matrices standardisées facilitent les calculs des statistiques de tests et l'interprétation des coefficients et permettent de comparer les résultats obtenus avec différentes matrices de poids.

$$w_{ij}^* = \frac{w_{ij}}{\sum_i w_{ij}} \quad (1)$$

Les principes et la façon de calculer la matrice de pondération spatiale sont désormais largement répandus. De même, la complexité des effets de l'autocorrélation spatiale, étant donné son caractère multidirectionnel (Hordijk et Nijkamp, 1978; Hordijk, 1979; Baltagi *et al.*, 2007), fait l'objet de nombreuses analyses. Cependant, peu d'attention est portée aux effets temporels associés à la prise en compte de la dimension temporelle des données.

## 2. DIMENSION TEMPORELLE DES EFFETS SPATIAUX

Il n'est pas rare qu'une base de données géolocalisée comporte des observations relevées à différents moments dans le temps, comme c'est le cas avec les bases de données recensant les transactions sur les biens immobiliers (Gelfland *et al.*, 1998; Pace *et al.*, 1998, 2000; Tu *et al.*, 2004; Sun *et al.*, 2005). Si cette réalité ne semble pas fondamentale *a priori*, elle comporte néanmoins son lot de sous-entendus implicites. En effet en négligeant l'aspect temporel, la matrice de pondération spatiale accorde un poids aux phénomènes observés à une période différente qui ne serait fonction que de la plus ou moins grande proximité géographique entre les données.

Cette pratique implique deux hypothèses implicites. Premièrement, cela suppose qu'à distance donnée, la relation entre deux événements est la même qu'elle que soit la durée de temps qui les séparent. Considérons, par exemple, trois transactions immobilières dans

le même quartier, dont deux sont réalisées à la même période et la troisième réalisée il y a dix ans. La matrice  $W$  ne distinguera pas l'horizon temporel et le contexte temporel passé (ou futur) sera considéré comme ayant autant de poids que le contexte temporel présent. Réciproquement, cela suppose, que des transactions réalisées à des endroits distants mais au même moment peuvent avoir moins d'influences mutuelles que des transactions réalisées au même endroit mais sur des horizons temporels très divergents : l'influence sur une transaction en  $t$  dans le quartier  $k$  des transactions réalisées, par exemple, dans des quartiers neufs limitrophes peut être inférieure à celles des transactions réalisées dans ce quartier  $k$  mais en  $t-10$  ou en  $t+2$ . Le contexte spatial présent est ainsi considéré à la même aune que le contexte spatial passé et futur. Ce cas de figure suppose que les deux événements peuvent s'influencer mutuellement et que les phénomènes se produisent dans un contexte où tout est connu d'avance, avec certitude et dans un contexte historique de mémoire parfaite. Cette hypothèse semble plutôt forte, surtout lorsqu'on considère un horizon temporel important (Dubé *et al.*, à paraître). La dimension temporelle ne serait être indépendante de la dimension spatiale et vice-versa.

La prochaine section porte sur la conceptualisation méthodologique d'une matrice de pondération qui permet d'intégrer à la fois la dimension spatiale et la dimension temporelle de façon simultanée. Cette nouvelle matrice de pondération spatio-temporelle se veut plus près de la réalité des données lorsque l'horizon temporel est considéré.

### 3. MATRICE DE PONDÉRATIONS SPATIO-TEMPORELLES

Une matrice de pondérations spatio-temporelles doit permettre d'intégrer la dimension spatiale et la dimension temporelle de façon simultanée en tenant compte des effets différenciés de l'horizon temporel. Les bases de données géolocalisées et empilées dans le temps<sup>2</sup> se prêtent particulièrement bien à ce type de conceptualisation car la disponibilité des données dans le temps et dans l'espace se fait en continue et n'est pas nécessairement exhaustive.

À partir des informations relatives à la localisation des observations dans l'espace et en ordonnant par ordre croissant dans la dimension temporelle les observations spatiales, il est possible d'obtenir une matrice de pondérations spatio-temporelles, de dimension  $N \times N$ , construite à l'aide de deux matrices de mêmes dimensions : une matrice spatiale et une matrice temporelle.

Rappelons qu'il existe un certain nombre de contraintes et de propriétés pour une matrice de pondérations spatiales basée sur la distance entre les différents points et dont les éléments généraux de la matrice sont donnés par  $s_{ij}$ .

S1/ L'intensité du lien spatial entre deux observations est très souvent fonction d'une mesure de distance,  $d_{ij}$ , (soit géométrique, soit socio-économique) préalablement établie.

$$s_{ij} = f(d_{ij}) \quad (2)$$

---

<sup>2</sup> Il s'agit le plus souvent de microdonnées.

Où  $f$  est une forme fonctionnelle à préciser. Plusieurs fonctions de décroissance des pondérations avec la distance ont été proposées. Les formes fonctionnelles les plus utilisées sont la fonction exponentielle inverse ou une fonction de l'inverse de la distance (Le Gallo, 2002).

S2/ Le degré de dépendance spatiale entre plusieurs points est identique si la distance entre chacun de ces points pris deux à deux est égale.

$$s_{ij} = s_{ji} \quad \forall d_{ij} = d_{ji} \quad (3)$$

S3/ Le lien spatial est nul pour un point comparé à lui-même.

$$s_{ij} = 0 \quad \forall i = j \quad (4)$$

S4/ Le lien spatial entre trois points dépend de leur positionnement dans l'espace.

$$s_{ij} \geq s_{ik} \quad \forall d_{ij} \leq d_{ik} \quad (5)$$

Par conséquent, la matrice de pondérations spatiales,  $S$ , est symétrique et les éléments de la diagonale principale sont nuls<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> La forme standardisée de la matrice de relation spatiale, notée  $S^*$  (cf. Équation (1)), est la matrice usuelle utilisée dans les tests et les modèles économétriques spatiaux.

De la même manière, il est possible de définir un certain nombre de contraintes et de propriétés pour une matrice de pondération temporelle basée sur la distance temps entre les observations et dont les éléments généraux de la matrice sont donnés par  $t_{ij}$ .

T1/ La notion de lien temporel entre deux observations dépend d'une mesure de distance,  $v_i - v_j$ , préalablement établie.

$$t_{ij} = g(v_i - v_j) \quad (6)$$

Où  $g(\ )$  est une forme fonctionnelle à préciser.

T2/ Le lien temporel n'est pas un concept équivalent puisque la mesure de distance n'est pas symétrique.

$$(v_i - v_j) \neq (v_j - v_i) \rightarrow t_{ij} \neq t_{ji} \quad (7)$$

T3/ La forme de la matrice de liens temporels est telle que la partie triangulaire inférieure contient des éléments non-négatifs alors que la partie triangulaire supérieure contient des éléments non-positifs<sup>4</sup>. Les éléments de la partie triangulaire inférieure marquent les relations présentes et/ou passées (le temps de  $j$  est supérieur au temps de  $i$ ) alors que les éléments de la partie triangulaire supérieure marquent les relations présentes et/ou futures (le temps de  $j$  est inférieur au temps de  $i$ ).

---

<sup>4</sup> Rappelons que les observations sont préalablement ordonnées chronologiquement.

$$t_{ij} \begin{cases} \geq 0 & \forall v_i \leq v_j \\ \leq 0 & \forall v_i \geq v_j \end{cases} \quad (8)$$

T4/ La relation temporelle est nulle pour une même observation.

$$t_{ij} = 0 \quad \forall i = j \quad (9)$$

T5/ Une mesure de distance temporelle nulle entre deux observations différentes ( $i \neq j$ ) représente une relation simultanée dans le temps, c'est-à-dire que les deux observations sont issues de la même période. Dans ce cas particulier, l'élément nul peut être substitué par une valeur unitaire de sorte qu'une relation entre les deux observations soit possible.

$$\forall i \neq j; v_i - v_j = 0 \rightarrow t_{ij} = 1 \quad (10)$$

T6/ L'influence temporelle des événements futurs n'est pas nécessairement nulle a priori, malgré le fait que la mesure de distance soit négative et conceptuellement difficile d'interprétation. Ainsi, les éléments généraux des relations temporelles doivent être considérés en prenant la valeur absolue des différences entre les mesures de distances temporelles si on tient à utiliser les valeurs futures dans la pondération.

$$g(v_i - v_j) = |v_i - v_j| \quad \forall i, j \quad (11)$$

T7/ Il est possible de faire varier l'intensité de la relation temporelle à partir de l'étendu de l'horizon temporel entre deux observations.

$$t_{ij} \geq t_{ik} \quad \forall |v_i - v_j| \leq |v_i - v_k| \quad (12)$$

La propriété T5 permet d'obtenir une matrice de pondération temporelle qui n'est pas strictement triangulaire lorsque les événements présents sont considérés. La propriété T6 permet de tenir compte des comportements d'anticipation sur des événements futurs connus avec certitude ou encore fortement probables. Le cas où le futur n'influence pas le passé devient un cas particulier et conduit à une matrice de pondération dont la majorité des éléments de la triangulaire supérieure sont nuls. Finalement, la propriété T7 permet de considérer que des événements lointains ont moins d'influence que des événements proches et que la distance temps, tout comme la distance géographique, introduit des phénomènes de friction. Cette propriété est en particulier concordante avec les mesures de capitalisation ou d'actualisation et avec l'hypothèse de préférence pour le présent.

En utilisant l'ensemble des propriétés de chaque matrice de pondérations et en effectuant un produit terme à terme des deux matrices, on obtient une nouvelle matrice de pondérations spatio-temporelles,  $W$ , dont les éléments généraux,  $w_{ij}$ , combinent les réalités spatiales et temporelles et permettent de considérer une pondération des observations qui peuvent varier selon leur éloignement dans l'espace, mais aussi dans le temps.

$$w_{ij} = s_{ij} \times t_{ij} \quad (13)$$

En terme matriciel, la nouvelle matrice de pondérations spatio-temporelles repose sur le produit Hadamar,  $\square$ , des matrices  $S$  et  $T$ .

$$W = S \square T \quad (14)$$

Cette formulation prend en compte la totalité de l'information spatiale et temporelle véhiculée par les observations en plus de considérer les relations (multidirectionnelles) spatiales et (unidirectionnelles) temporelles

#### 4. APPLICATION SIMPLE SUR DES DONNÉES FICTIVES

Afin de démontrer la pertinence de développer une matrice de pondérations spatio-temporelles dans un contexte où les données spatiales sont récoltées en continu dans le temps, comme c'est le cas avec les transactions immobilières, cette section présente un exemple fictif. Celui-ci suppose que les transactions immobilières sont observées dans le temps, sur une période de cinq ans, et dans l'espace. Afin de simplifier, il est supposé que le territoire à l'étude est constitué d'une plaine homogène dont les résidences peuvent être localisées sur un espace d'une unité carrée (qui peut prendre n'importe quelle unité métrique). On suppose également que les informations sur la date de transaction au mois près (mois et année) sont disponibles. Au final, les informations suivantes sont

disponibles : l'année de transaction (TA), le mois de transaction (TM), les coordonnées géographiques (X et Y) et le prix de vente (P)<sup>5</sup>.

Lors de la première année, on observe sept transactions réparties entre les mois de mars et d'octobre (voir liste des figures et tableaux en annexe pour le détail). Durant la seconde année, c'est neuf transactions qui ont lieu entre les mois de janvier et de novembre, alors qu'on compte seulement six transactions durant la troisième année entre les mois de mars et juin. Durant la quatrième année, un nouveau développement fait son apparition (en haut à droite de la figure A4.1) et c'est alors neuf transactions qui sont enregistrées entre les mois de mars et novembre. Le nouveau développement se poursuit lors de la cinquième année et c'est également neuf transactions qui sont enregistrées entre les mois de février et octobre.

Au final, soit après cinq ans, c'est quarante (40) observations qui sont disponibles dans la base de données. Afin de démontrer l'impact de la spécification des matrices de poids sur le calcul du degré de dépendance spatiale entre les observations, plusieurs matrices sont construites en première étape. Un ensemble de quatre matrices spatiales est utilisé : une basée sur les trois plus proches voisins, une basée sur les cinq plus proches voisins, une basée sur les sept plus proches voisins et une dernière utilisant l'ensemble des observations pondérées par l'inverse de la distance au carré entre les observations. De la même manière, trois matrices temporelles sont construites : une basée sur les observations passées seulement, une basée sur les observations passées et les observations présentes et une dernière basée sur les observations de la période présente

---

<sup>5</sup> Les détails des observations se retrouvent à l'annexe 1.

seulement. Les trois matrices temporelles sont spécifiées avec deux variantes : une utilisant le mois et l'année de vente comme pas de temps et une seconde utilisant l'année de vente. En tout, c'est donc six matrices temporelles qui sont construites.

La seconde étape consiste à établir la référence de comparaison dans le calcul de l'autocorrélation spatiale de la variable étudiée<sup>6</sup>. Pour ce faire, un ensemble de calculs, autant sur l'indice  $I$  de Moran que sur sa significativité, basée sur la statistique  $t$ , est effectué. Les résultats suggèrent que l'autocorrélation spatiale estimée est plus forte lorsque les relations sont considérées très locales (le nombre de voisins est faible) alors qu'elle diminue lorsque la relation spatiale est plus globale (Tableau1). Par contre, la significativité de l'indice suit une relation inverse : elle augmente avec le nombre de relations spatiales considérées, c'est-à-dire que plus le nombre de voisins est important, plus la significativité est forte.

« INSÉRER TABLEAU 1 ICI »

En supposant que la relation de temporalité s'établit à partir d'un pas temporel fixé à une année de calendrier, le portrait est différent. Cette approche suppose, selon la spécification de la matrice temporelle, que les observations des années précédentes, des années précédentes et de l'année actuelle ou de l'année actuelle seulement peuvent avoir une influence spatiale sur les autres observations. La considération de l'aspect temporel a pour effet d'éliminer le constat général d'une diminution progressive de l'indice de

---

<sup>6</sup> Comme c'est habituellement le cas pour la variable de prix immobilier, l'analyse repose sur la transformation logarithmique de la variable.

Moran à mesure que le nombre de relations considérées augmente (Tableau 2). De plus, il est difficile d'établir clairement un lien général entre la forme de la matrice temporelle et une évolution de l'indice de Moran si ce n'est que l'indice et sa significativité sont nettement moins élevés dans le cas où seules les observations présentes sont considérées. Ceci s'explique, en grande partie par la diminution du nombre d'éléments définis positifs dans la matrice temporelle. Par contre, un constat général demeure : la significativité de la statistique augmente lorsque le nombre de relations spatiales considérées augmente.

« INSÉRER TABLEAU 2 ICI »

En circonscrivant l'effet spatial à une fenêtre temporelle plus mince et en supposant que l'effet spatial est également pondéré, à moins forte intensité, par l'éloignement temporel des observations, le portrait est relativement semblable (Tableau 3). Par contre, quelques particularités sont identifiables. Premièrement, le fait de pondérer les observations par leurs distances spatiales, mais également par leurs distances temporelles à partir d'une désagrégation plus fine (le mois plutôt que l'année) fait en sorte que l'indice et la statistique estimés, pour le cas où la matrice de distance inverse est utilisée, diminuent. Ceci suggère qu'une pondération appropriée a pour effet de diminuer l'effet spatial uniquement. De plus, l'indice estimé lorsque seule la période présente est utilisée (le mois en cours) est nettement moins élevé puisque le nombre d'éléments non-définis dans la matrice de pondérations augmente considérablement.

« INSÉRER TABLEAU 3 ICI »

## 5. DISCUSSION

L'analyse suggère que la dimension temporelle n'est pas neutre dans le calcul d'un indice du degré de dépendance, tel que le  $I$  de Moran, dans un contexte spatio-temporel. En comparant les tableaux 2 et 3 au tableau 1, les résultats montrent que la considération explicite des relations temporelles a une influence non-négligeable sur le calcul des indices ainsi que leur significativité. Qui plus est, le choix de la fenêtre temporelle ou du pas de temps considéré peut avoir une influence marquée sur l'évaluation du degré de dépendance spatiale bien que celui-ci demeure, à une exception près, significatif. Il appert donc important de porter attention aux deux dimensions, spatiale et temporelle, lorsque les données spatialisées sont empilées dans le temps, comme c'est le cas avec les données de transactions immobilières.

L'approche présentée permet d'intégrer de manière simple la réalité des données spatiales empilées dans le temps. Le développement d'une matrice de pondérations spatio-temporelles permet maintenant d'intégrer la dimension multidirectionnelle de la dimension spatiale à la dimension unidirectionnelle de la dimension temporelle. Cette méthode préserve l'approche spatiale car les phénomènes de proximité influencent la réalisation d'un phénomène dans les cellules voisines. Elle autorise parallèlement une certaine maîtrise de l'influence du temps puisqu'il est plutôt contre intuitif d'affirmer que la réalisation d'une observation au temps  $t$  influence la réalisation d'une autre observation au temps  $t - \varepsilon$ . Néanmoins, dans un contexte où l'horizon temporel est important, il peut

s'avérer raisonnable de considérer certaines anticipations et de limiter l'effet de l'historique à une période donnée.

La définition de la matrice de pondérations spatio-temporelles est assez générale pour permettre de multiples applications : impact de la matrice dans les tests de détection des schémas de dépendance spatiale (local et global) entre les résidus, impact du choix de la matrice sur les coefficients autorégressifs estimés (SAR, SEM), développements intégrés de modèles spatio-temporels autorégressifs (STAR), etc. Le présent développement constitue ainsi un premier pavé dans la marre dont l'influence risque d'avoir de larges implications dans les années à venir.

L'originalité de l'article est donc de présenter un premier jet menant à la création de matrices de pondérations spatio-temporelles dans le contexte où les données spatialisées ne sont pas indépendantes du facteur temps, surtout lorsque l'horizon temporel considéré est important. S'il n'a pas la prétention d'apporter des démonstrations empiriques sur l'importance d'adopter une approche spatio-temporelle intégrée, il apporte néanmoins un début de réflexion sur la forme que devrait prendre une matrice de pondération dans un contexte spatio-temporel

## 6. CONCLUSION

L'article propose une réflexion sur l'utilisation des matrices de pondérations spatiales dans le calcul de certaines statistiques ainsi que dans l'estimation des modèles spatiaux

autorégressifs dans un contexte où la dimension temps est existante. La forme un peu plus restrictive de la matrice de pondération temporelle apporte des éléments jusque-là ignorés et diminue l'importance des relations multidirectionnelles dans la mesure du degré de dépendance spatiale. La prise en compte aveugle des relations multidirectionnelles a pour incidence de surestimer le problème d'autocorrélation spatiale dans un contexte spatio-temporel étant donné la forme de la matrice de pondération. Celle-ci a également une possible influence sur l'estimation des paramètres liés aux variables spatialement décalées dans les modèles autorégressifs (SAR et SEM).

Puisque la mesure de détection de l'autocorrélation spatiale dépend de la forme de la matrice de pondération utilisée, il est pertinent de vérifier si l'hypothèse nulle (absence d'autocorrélation spatiale) n'est pas rejetée trop souvent par une forme strictement spatiale de la matrice de pondération. En ce sens, si la robustesse du test par rapport à la définition des éléments de la matrice est prouvée, encore peu d'emphase a été mise sur la l'adaptation spatio-temporelle de la forme de la matrice, telle que présentée dans l'article. Dans la même veine, encore peu de travaux en économétrie spatiale ont eu recours à une spécification spatio-temporelle de la matrice de pondération.

Le recours aux statistiques spatiales est d'intérêt pour l'ensemble des disciplines où les données utilisées sont spatialisées. Cependant, dans un cadre d'analyse où la dimension temporelle est importante, comme en modélisation hédonique, il est nécessaire d'ajuster la matrice de pondération à la fois pour le calcul de l'autocorrélation spatiale entre les résidus et la création de variables décalées spatialement. Une matrice de pondération

spatiale uniquement risque d'induire un problème de non-stationnarité du phénomène de dépendance spatiale lorsque le coefficient d'autocorrélation spatial estimé est unitaire, ou quasi-unitaire<sup>7</sup>. Or, la littérature est encore peu développée à ce niveau (Fingleton, 1999; Lee et Yu, 2009).

Nos constats permettent de faire un rapprochement entre nos propositions et celle de Legendre (1993) concernant l'apparition d'un nouveau paradigme lié à la mesure de dépendance spatiale entre les observations. Ainsi, avant de s'attarder directement à l'application de techniques économétriques spatiales pour corriger certains problèmes, il apparaît essentiel de réfléchir au contexte dans lequel s'inscrit les observations. Sans régler en totalité le problème, nous montrons qu'une meilleure identification du contexte et sa prise en compte peut le diminuer de façon importante.

Évidemment, il serait intéressant d'effectuer des analyses de type Monte Carlo afin de vérifier la robustesse du simple exemple présenté dans l'article. Des travaux futurs sont néanmoins nécessaires afin de vérifier les postulats soulevés dans le présent article et vérifier l'utilité d'utiliser une matrice de pondération spatio-temporelle dans la réalisation de tests statistiques et de modèles spatiaux ou spatio-temporels.

---

<sup>7</sup> Ce problème est largement documenté en séries chronologiques (Hamilton, 1994).

## BIBLIOGRAPHIE

- ABRAHAM, J.M. ET SCHAUMAN, W.S. (1991). New Evidence on Home Prices from Freddie Mac Repeat Sales, *AREUEA Journal*, 19: 333-352.
- ANSELIN, L. (2007). Spatial Econometrics in RSUE: Retrospect and Prospect, *Regional Science and Urban Economic*, 37:450-456.
- ANSELIN, L. (2001a). Spatial Econometrics, dans BALTAGI, B.H. (eds). *A Companion to Theoretical Econometrics*, Blackwell: 310-331.
- ANSELIN, L. (2001b). Rao's Score Test in Spatial Econometric, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 97: 113-139.
- ANSELIN, L. (1992a). Space and Applied Econometrics. Introduction, *Regional Science and Urban Economics*, 22:307-316.
- ANSELIN, L. (1992b). *SpaceStat, a Software Program for Analysis of Spatial Data*, National Center for Geographic Information and Analysis (NCGIA), University of California, Santa Barbara, CA.
- ANSELIN, L. (1990). Spatial Dependence and Spatial Structure Instability in Applied Regression Analysis, *Journal of Regional Science*, 30:185-207.
- ANSELIN, L. (1988a). *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers.
- ANSELIN, L. (1988b). Model Validation in Spatial Econometrics: A Review and Evaluation of Alternatives Approaches, *International Regional Science Review*, 11: 279-316.
- ANSELIN, L. (1988c). Lagrange Multiplier Test Diagnostics for Spatial Dependence and Spatial Heterogeneity, *Geographical Analysis*, 20: 1-17.
- ANSELIN, L. (1980). *Estimation Methods for Spatial Autoregressive Structures*, Cornell University, Regional Science Dissertation and Monograph Series #8, Ithaca, New-York.
- ANSELIN, L. ET BERA, A.K. (1998). Spatial Dependence in Linear Regression Models with an Application to Spatial Econometrics, dans ULLAH, A. ET GILES, D.E.A. (eds). *Handbook of Applied Economics Statistics*, Springer-Verlag: 21-74.
- ANSELIN, L., BERA A.K., FLORAX, R. ET YOON, M.J. (1996). Simple Diagnostic Tests for Spatial Dependence. *Regional Science and Urban Economics* 26: 77-104.
- ANSELIN, L. ET FLORAX, R. (1995a). *New Directions in Spatial Econometrics*, Springer.
- ANSELIN, L. ET FLORAX, R. (1995b). Small Sample Properties of Tests for Spatial Dependence, dans Anselin, L. et Florax, R. (eds). *New Directions in Spatial Econometrics*, Springer: 21-74.
- ANSELIN, L. ET GRIFFITH, D.A. (1988). Do Spatial Effects Really Matter in Regression Analysis, *Papers in Regional Science*, 65: 11-34.
- ANSELIN, L. ET REY, S. (1991). Properties of Tests for Spatial Dependence in Linear Regression Models, *Geographical Analysis*, 23(2): 112-131.
- ANSELIN, L., LE GALLO, J. ET JAYET, H. (1995). Spatial Panel Econometrics, dans MATYAS, L. ET SEVESTRE, P. (eds). *The Econometrics of Panel Data*, Springer: 625-660.
- ANSELIN, L., SYABRI, I. ET KHO, Y. (2006). GeoDa, an Introduction to Spatial Data Analysis, *Geographical Analysis*, 38:5-22.

- BALTAGI, B.H. (2001). LM Tests for Functional Form and Spatial Error Correlation, *International Regional Science Review*, 24 : 194-225.
- BALTAGI, B.H. ET LI, D. (2004). Prediction in the Panel Data Model with Spatial Correlation, dans ANSELIN, L., FLORAX, R. ET REY, S.J. (eds). *Advances in Spatial Econometrics*, Springer: 283-296.
- BALTAGI, B.H., KELEJIAN, H.H. AND PRUCHA, I.R. (2007). Analysis of Spatially Dependent Data, *Journal of Econometrics*, 140: 1-4.
- BALTAGI, B.H., SONG, S.H. ET KOH, W. (2003). Testing Panel Data Regression Models with Spatial Error Correlation. *Journal of Econometrics*, 117:123–150.
- BALTAGI, B.H., SONG, S.H., JUNG, B.C. ET KOH, W. (2007). Testing for Serial Correlation, Spatial Autocorrelation and Random Effects Using Panel Data. *Journal of Econometrics*, 140: 5–51
- BIVAND, R.S. (1984). Regression Modeling with Spatial Dependence: An Application of Some Class Selection and Estimation Methods, *Geographical Analysis*, 16: 25-37.
- BIVAND, R.S. (2006). Implementing Spatial Data Analysis Software in R, *Geographical Analysis*, 38: 23-40.
- CASE, K.E. ET SHILLER, R.J. (1989). The Efficiency of the Market for Single-Family Homes, *American Economic Review*, 79: 125-137.
- CLAPP, J.M., GIACOTTO, C. ET TIRTIROGLU, D. (1991). Housing Price Indices Based on All Transactions Compared to Repeat Subsamples, *AREUEA Journal*, 19: 270-285.
- CLIFF, A.D. ET ORD, J.K. (1981). *Spatial Processes: Models and Applications*, Pion, London, 266 p.
- CLIFF, A.D. ET ORD, J.K. (1973). *Spatial Autocorrelation*, Pion, London, 176 p.
- CLIFF, A.D. ET ORD, J.K. (1972). Testing for Spatial Autocorrelation among Regression Residuals, *Geographical Analysis*, 4(3): 267-284.
- CLIFF, A.D. ET ORD, J.K. (1969). The Problem of Spatial Autocorrelation, dans Scott, A.J. (Eds). *London Papers in Regional Science*, Pion, London: 25-55.
- CRESSIE, N. (1993). *Statistics for Spatial Data*, John-Wiley.
- DUBÉ, J., DES ROSIERS, F., THÉRIAULT, M. ET DIB, P. (2011). Economic Impact of a Supply Change in Mass Transit in Urban Areas: A Canadian Example, *Transportation Research Part A*, 45(1): 46-62.
- DUBÉ, J., DES ROSIERS, F. ET THÉRIAULT, M. (à paraître). Impact de la segmentation spatiale sur le choix de la forme fonctionnelle pour la modélisation hédonique, *Revue d'économie régionale et urbaine*, accepté.
- ELHORST, J.P. (2003). Specification and Estimation of Spatial Panel Data Models, *International Regional Science Review*, 26: 244-268.
- FINGLETON, B. (1999). Spurious Spatial Regression : Some Monte Carlo Results with a Spatial Unit Root and Spatial Cointegration, *Journal of Regional Science*, 39(1): 1-19.
- FLORAX, R. ET FOLMER, H. (1992). Specification and Estimation of Spatial Linear Regression Models: Monte Carlo Evaluation of Pre-Test Estimators, *Regional Science and Urban Economics*, 22: 405-432.
- FLORAX, R. ET REY, S. (1995). The Impacts of Misspecified Spatial Interaction in Linear Regression Models, dans ANSELIN, L. ET FLORAX, R. (eds). *New Directions in Spatial Econometrics*, Springer: 111-135.

- GELFLAND, A.E., GHOSH, S.K., KNIGHT, J.R. ET SIRMANS, C.F. (1998). Spatio-Temporal Modeling of Residential Sales Data, *Journal of Business and Economics Statistics*, 16(3): 312-321.
- GETIS, A. (1990). Screening for Spatial Dependence in Regression Analysis, *Papers in Regional Science*, 69: 69-81.
- GETIS, A. ET ORD, J.K. (1992). The Analysis of Spatial Association by Use of Distance Statistics. *Geographical Analysis*, 24(3): 189-206.
- GRIFFITH, D. (1992). What is Spatial Autocorrelation? Reflections on the Past 25 years of Spatial Statistics, *L'Espece Geographique*, 21: 265-280.
- HAMILTON, J.D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- HENDRY, D.F. (1979). Predictive Failure and Econometric Modeling in Macroeconomics: The Transactions Demand for Money, dans ORMEROD, P. (eds), *Economic Modeling*, London: 217-242.
- HEPPEL, L. (2000). Spatial Autocorrelation, dans JOHNSTON, R., GREGORY, D., PRATT, G. ET WATTS, M. (eds). *The Dictionnaire of Human Geography*, Oxford.
- HORDIJK, L. (1979). Problems in Estimating Econometric Relations in Space, *Papers of the Regional Science Association*, 42(1): 99-121.
- HORDIJK, L. ET NIJKAMP, P. (1978). Estimation of Spatio-Temporal Models: New Directions Via Distributed Lags and Markov Schemes, dans *Spatial Interaction Theory and Planning Models*, Studies in regional science and urban economics vol. 3, North-Holland, New York: 177-199.
- KAPOOR, M., KELEJIAN, H.H. ET PRUCHA, I.R. (2007). Panel Data Models with Spatially Correlated Error Components, *Journal of Econometrics*, 140: 97-130.
- KELEJIAN, H.H. ET ROBINSON, D.P. (1998). A Suggested Test for Spatial Autocorrelation and/or Heteroskedasticity and Corresponding Monte Carlo Results, *Regional Science and Urban Economics*, 22: 317-333.
- KELEJIAN, H.H. ET ROBINSON, D.P. (1992). Spatial Autocorrelation : a New Computationally Simple Test with an Application to per Capita Country Police Expenditures, *Regional Science and Urban Economics*, 22 : 317-331.
- LESAGE, J. (1999). *Applied Econometrics using MATLAB*, www.spatial-econometrics.com
- LEE, L.F. ET YU, J. (2009). Spatial Nonstationarity and Spurious Regression: The Case with Row-normalized Spatial Weights Matrix, *Spatial Economic Analysis*, 4(3) : 301-327.
- LE GALLO, J. (2002). Économétrie spatiale : l'autocorrélation spatiale dans les modèles de regression linéaire, *Économie et Prévision*, 155: 139-157.
- LEGENBRE, P. (1993). Spatial Autocorrelation: Trouble or New Paradigm?, *Ecology*, 74(6): 1659-1673.
- MORAN, P. (1950). A Test for Serial Independence of Residuals, *Biometrika*, 37: 178-181.
- ORD, J.K. (1975). Estimation Methods for Models of Spatial Interaction, *Journal of the American Statistical Association*, 70(349): 120-127.
- PACE, R.K. ET LESAGE, J. (2003). Likelihood Dominance Spatial Inference, *Geographical Analysis*, 35(2): 133-147.
- PACE, R.K., BARRY, R., CLAPP, J.M. ET RODRIGUEZ, M. (1998). Spatiotemporal Autoregressive Models of Neighborhood Effects, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17(1): 14-33.

- PACE, R.K., BARRY, R., GILLEY, W. ET SIRMANS, C.F. (2000). A Method for Spatio-Temporal Forecasting with an Application to Real Estate Prices, *International Journal of Forecasting*, 16(2): 229-246.
- PAELINCK, J. ET KLASSEN, L. (1979). *Spatial Econometrics*, Saxon-House.
- SUN, H., TU, Y. ET YU, S.-M. (2005). A Spatio-Temporal Autoregressive Model for Multi-Unit Residential Market Analysis, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 31(2): 155-187.
- TOBLER, W. (1979). Cellular Geography, dans GALE, S. ET OLSON, G. (eds). *Philosophy in Geography*, Reidel : 379-386.
- TU, Y., YU, S.-M. ET SUN, H. (2004). Transaction-Based Office Price Indexes: A Spatiotemporal Modeling Approach, *Real Estate Economics*, 32(2): 297-328.
- UPTON, G.J.G. ET FINGLETON, B. (1985). *Spatial Data Analysis by Example*, John-Wiley.

Tableau 1

Autocorrélation spatiale estimée en utilisant la matrice spatiale seulement ( $W=S$ )

<u>Matrice S</u>	<u>S = W</u>	
	<u>Statistique</u>	<u>t</u>
3 voisins	0,7846	7,12
5 voisins	0,7682	9,12
7 voisins	0,7310	10,70
Distance inverse	0,6215	10,74

Tableau 2

Autocorrélation spatiale estimée en faisant varier la définition de la matrice temporelle dans le cas où le pas de temps est fixé à un an

<b>Matrice S</b>	<b>Matrice T</b>					
	Passé		Passé et présent		Présent	
	<u>Statistique</u>	<u>t</u>	<u>Statistique</u>	<u>t</u>	<u>Statistique</u>	<u>t</u>
3 voisins	0,5939	5,79	0,5985	5,47	0,2868	2,90
5 voisins	0,6276	6,89	0,6091	6,61	0,3314	2,69
7 voisins	0,5657	7,45	0,6259	7,57	0,4258	3,06
Distance inverse	0,4406	7,44	0,5365	7,43	0,3832	3,33

Tableau 3

Autocorrélation spatiale estimée en faisant varier la définition de la matrice temporelle dans le cas où le pas de temps est fixé à un mois

<b>Matrice S</b>	<b>Matrice T</b>					
	Passé		Passé et présent		Présent	
	<u>Statistique</u>	<u>t</u>	<u>Statistique</u>	<u>t</u>	<u>Statistique</u>	<u>t</u>
3 voisins	0,6163	5,82	0,6086	5,50	0,2014	3,53
5 voisins	0,6290	6,34	0,6193	6,38	0,1993	5,04
7 voisins	0,6241	9,91	0,6534	7,10	0,1949	5,10
Distance inverse	0,3608	5,19	0,4857	6,16	0,1385	1,15

ANNEXE 1  
LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Figure A1  
Répartition spatiale des transactions pour la période en cours

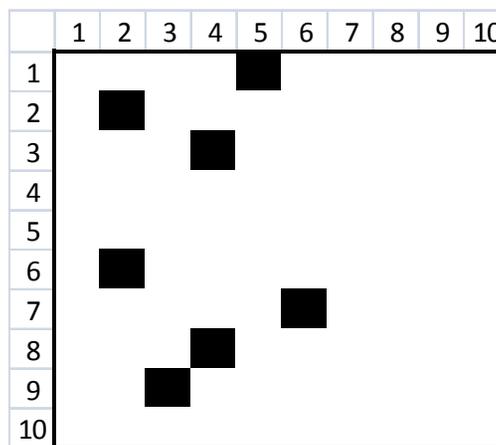


Tableau A1  
Détails des observations pour la première année (TA=1)

<u>ID</u>	<u>TA</u>	<u>TM</u>	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>P</u>
1	1	3	2	2	35
2	1	4	4	3	37
3	1	5	2	6	25
4	1	6	6	7	27
5	1	6	5	1	42
6	1	8	4	8	32
7	1	10	3	9	29

Figure A2.1

Répartition spatiale des transactions pour la période en cours

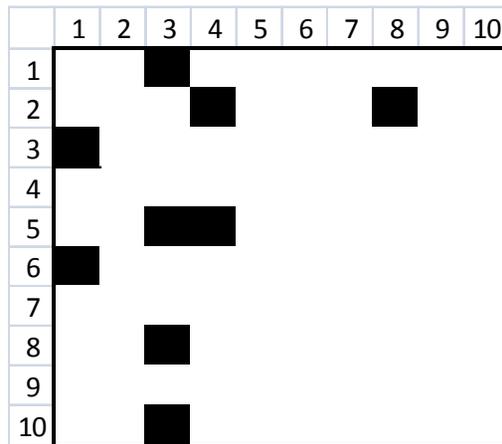


Figure A2.2

Répartition spatiale des transactions pour toutes les périodes

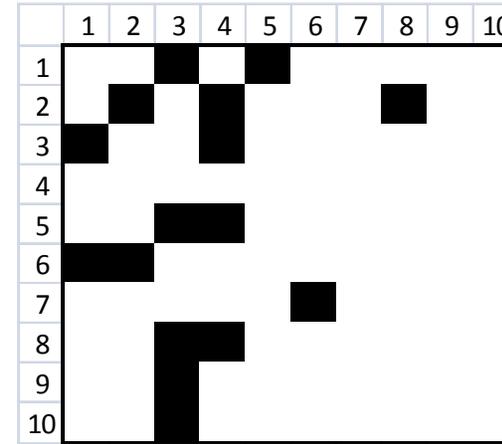


Tableau A2

Détails des observations pour la seconde année (TA=2)

<u>ID</u>	<u>TA</u>	<u>TM</u>	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>P</u>
8	2	1	3	1	36
9	2	3	1	3	33
10	2	4	1	6	26
11	2	5	3	8	32
12	2	6	3	10	30
13	2	6	4	2	39
14	2	6	3	5	35
15	2	9	8	2	22
16	2	11	4	5	32

Figure A3.1

Répartition spatiale des transactions pour la période en cours

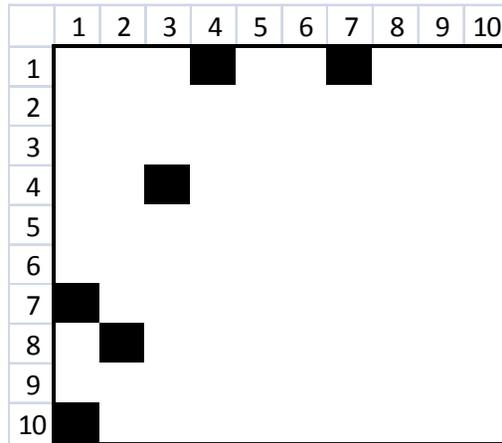


Figure A3.2

Répartition spatiale des transactions pour toutes les périodes

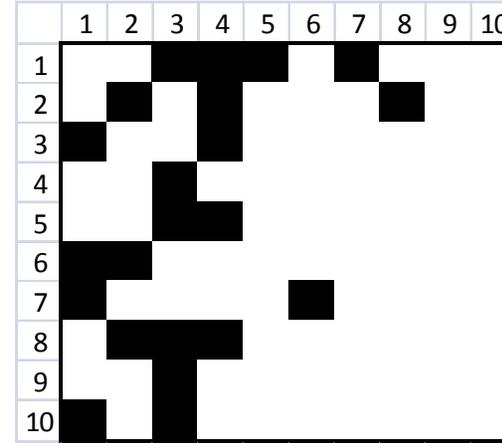


Tableau A3

Détails des observations pour la troisième année (TA=3)

<u>ID</u>	<u>TA</u>	<u>TM</u>	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>P</u>
17	3	3	2	8	31
18	3	3	3	4	36
19	3	4	7	1	25
20	3	5	4	1	41
21	3	5	1	7	28
22	3	6	1	10	27

Figure A4.1

Répartition spatiale des transactions pour la période en cours

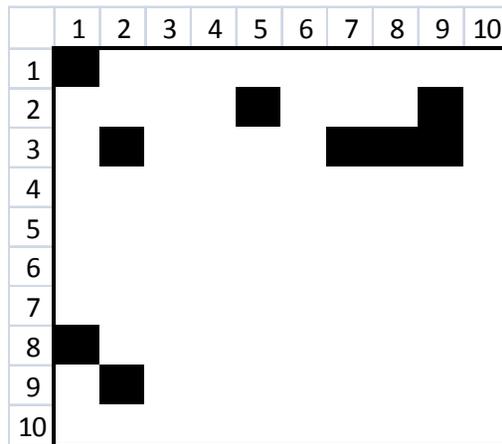


Figure A4.2

Répartition spatiale des transactions pour toutes les périodes

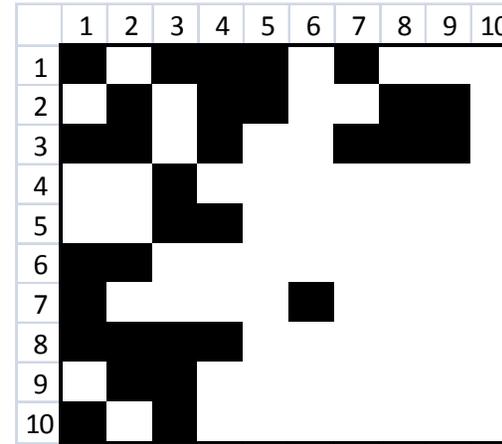


Tableau A4

Détails des observations pour la quatrième année (TA=4)

<u>ID</u>	<u>TA</u>	<u>TM</u>	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>P</u>
23	4	3	1	1	37
24	4	3	1	8	28
25	4	5	2	3	36
26	4	7	9	2	22
27	4	7	8	3	23
28	4	7	9	3	22
29	4	7	7	3	24
30	4	8	2	9	29
31	4	11	5	2	37

Figure A5.1

Répartition spatiale des transactions pour la période en cours

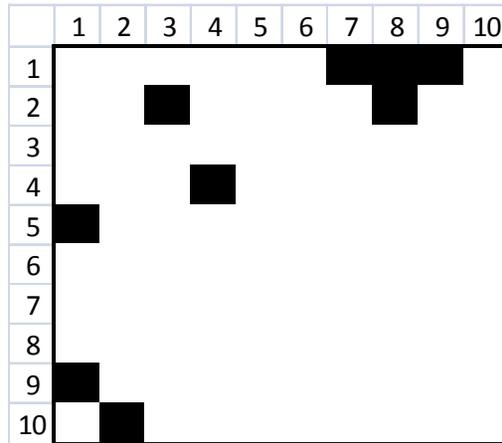


Figure A5.2

Répartition spatiale des transactions pour toutes les périodes

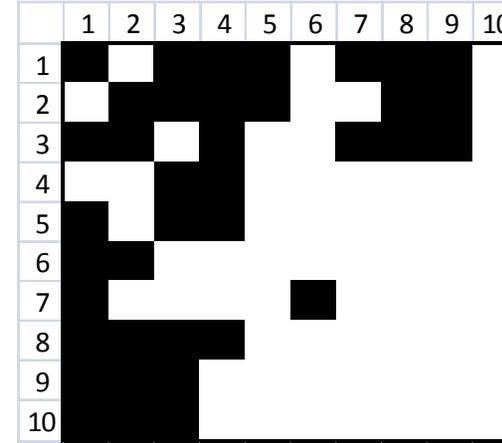


Tableau A5

Détails des observations pour la cinquième année (TA=5)

<u>ID</u>	<u>TA</u>	<u>TM</u>	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>P</u>
32	5	2	1	9	30
33	5	3	7	1	22
34	5	4	8	2	23
35	5	5	9	1	23
36	5	6	8	1	24
37	5	6	4	4	33
38	5	7	1	5	30
39	5	9	3	2	39
40	5	10	2	10	28